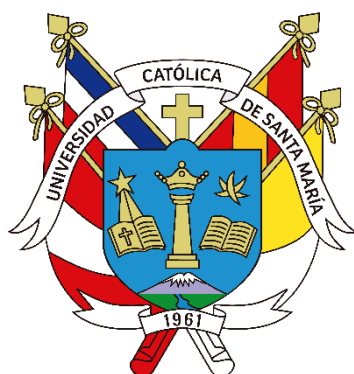


Universidad Católica de Santa María
**Facultad de Arquitectura e Ingenierías Civil y del
Ambiente**
Escuela Profesional de Ingeniería Civil



**EXPRESIONES PARA PREDECIR LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN DE
COLUMNAS METÁLICAS HUECAS DE SECCIÓN RECTANGULAR,
UTILIZANDO MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS**

Tesis presentada por el bachiller:

Benique Absi, Lesly Sarahí

Para optar el título profesional de:

Ingeniero Civil

Asesor:

Mg. Ing. Bustamante Mora,

Boris André

Arequipa – Perú

2023

UCSM-ERP

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTA MARÍA

INGENIERIA CIVIL

TITULACIÓN CON TESIS

DICTAMEN APROBACIÓN DE BORRADOR

Arequipa, 30 de Agosto del 2023

Dictamen: 009787-C-EPIC-2023

Visto el borrador del expediente 009787, presentado por:

2018200812 - BENIQUE ABSI LESLY SARAHI

Titulado:

**EXPRESIONES PARA PREDECIR LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN DE COLUMNAS METÁLICAS
HUECAS DE SECCIÓN RECTANGULAR, UTILIZANDO MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS**

Nuestro dictamen es:

APROBADO

**23884755 - CHAVEZ VEGA OSCAR FELIX
DICTAMINADOR**



**29238311 - GUILLEN MALAGA MILAGROS SOCORRO
DICTAMINADOR**



**42839424 - ROSAS ESPINOZA JORGE
DICTAMINADOR**



EXPRESIONES PARA PREDECIR LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN DE COLUMNAS METÁLICAS HUECAS DE SECCIÓN RECTANGULAR, UTILIZANDO MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

INFORME DE ORIGINALIDAD

7%

INDICE DE SIMILITUD

7%

FUENTES DE INTERNET

1%

PUBLICACIONES

1%

TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1

upcommons.upc.edu

Fuente de Internet

5%

2

coek.info

Fuente de Internet

1%

3

hdl.handle.net

Fuente de Internet

1%

Excluir citas

Apagado

Excluir coincidencias < 1%

Excluir bibliografía

Apagado

DEDICATORIA

*A mi padre, Marco, mi superhéroe, por
creer en mí y enseñarme a seguir
avanzando, aun cuando parece
imposible.*

*A mi madre, Patty, mi mejor ejemplo de
mujer, la luz que ilumina mi vida,
gracias por ser mi guía, mi refugio y mi
inspiración en cada paso del camino.*

*A mi hermano Yaffar, a quien admiro
siempre, infinitamente.*

*A mi hermano Nabil, por su amor
incondicional, por brindarme su fuerza y
sabiduría.*

AGRADECIMIENTOS

A mi familia, que para ellos va este logro.

A Dios y a la virgen por guiar mis pasos.

A mi universidad por brindarme los conocimientos necesarios.

A mis amigos porque sin ellos nada hubiera sido lo mismo.

Al Mg. Ing. Boris Bustamante, asesor de tesis, por brindarme la guía y el apoyo.



RESUMEN

En la última década, se han venido realizando numerosas investigaciones referidas al comportamiento de estructuras de acero, sin embargo, estas se han concentrado principalmente en Europa, donde incluso ya se propone al acero inoxidable como material estructural y se conoce su comportamiento no lineal ante cargas gravitacionales, los estudios referidos a cargas sísmicas se vienen desarrollando de forma acelerada [1].

Lamentablemente, en Perú las investigaciones referidas a estructuras metálicas son escasas y la norma de estructuras metálicas E.090 no se actualiza desde hace casi 20 años, lo que coloca al país en desventaja frente a otros que vienen avanzando en lo que respecta al cálculo de estructuras metálicas. Por ejemplo, si se trata de conocer el comportamiento no lineal de una columna de acero, se tendrán que tomar en cuenta aspectos como la esbeltez global, esbeltez local, efectos de segundo orden; los cuales complican la estimación de la capacidad de rotación (ductilidad) de una columna metálica si se utilizan los métodos tradicionales, sin embargo, hoy en día se tiene la información suficiente y las herramientas necesarias para lograr este propósito de manera directa, por ejemplo, utilizando un modelo de elementos finitos.

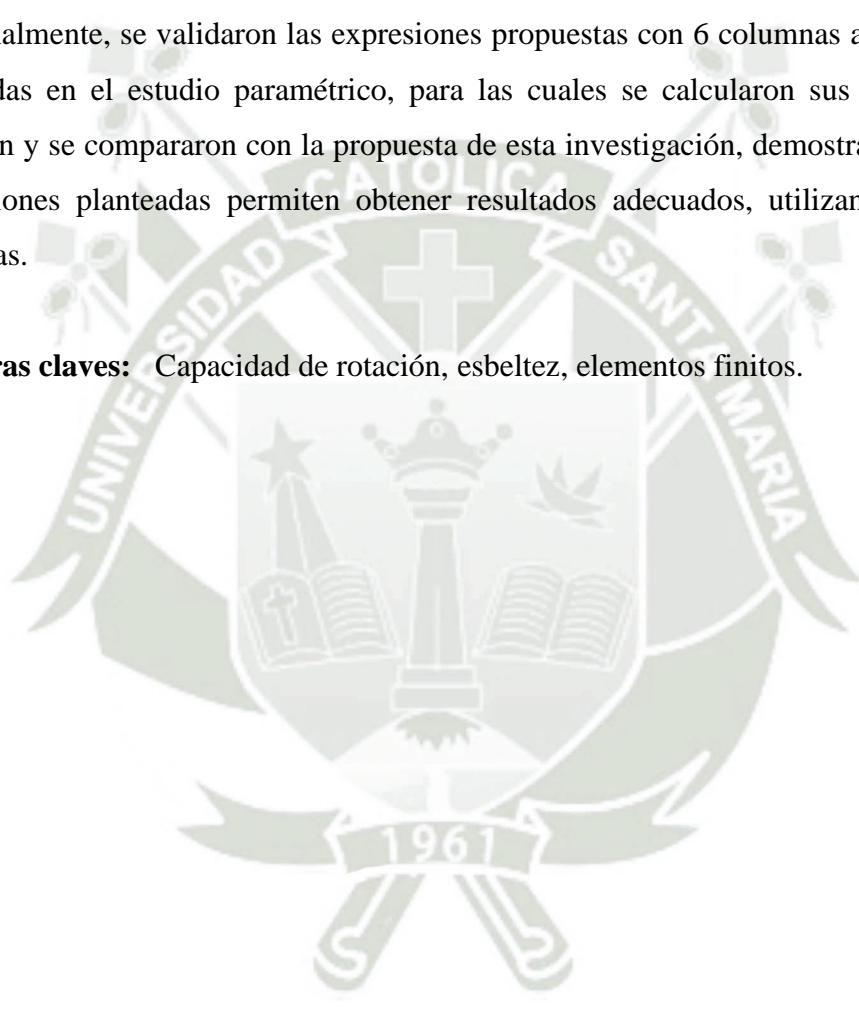
Aquí nace entonces la necesidad no solo de aplicar una nueva metodología para obtener la capacidad de rotación de una columna metálica, sino que es necesario proponer expresiones que permitan obtenerla de manera directa, sencilla y confiable. Esto contribuirá a reducir tiempos de cálculo y dar un paso hacia adelante en el estudio del comportamiento de columnas metálicas. En esta investigación se consideraron columnas de sección rectangular hueca, puesto que son las más utilizadas en nuestro contexto.

Para lograr esto, se realizó un estudio paramétrico de 72 columnas modeladas en un programa de elementos finitos. Para asegurar la confiabilidad de estos modelos, primero se realizó una validación de estos utilizando resultados de estudios experimentales de este tipo de elementos [2].

Con los resultados obtenidos, se encontraron tendencias entre las capacidades de rotación calculadas y parámetros geométricos y mecánicos que las afectan. Estas tendencias sirvieron para proponer expresiones que permitan predecir la capacidad de rotación de una columna metálica de sección hueca rectangular sometida a carga axial y acciones laterales cíclicas, tal y como sucede con una columna de una estructura metálica sometida a acciones cíclicas.

Finalmente, se validaron las expresiones propuestas con 6 columnas adicionales a las utilizadas en el estudio paramétrico, para las cuales se calcularon sus capacidades de rotación y se compararon con la propuesta de esta investigación, demostrando así que las expresiones planteadas permiten obtener resultados adecuados, utilizando expresiones sencillas.

Palabras claves: Capacidad de rotación, esbeltez, elementos finitos.



ABSTRACT

In the last decade, a lot of research have been done. This has been mainly concentrated in Europe, where even stainless steel is already proposed as a structural material and its non-linear behavior under gravity loads is known, and studies on seismic loads are being developed at an accelerated pace [1].

Unfortunately, in Peru, research on metallic structures is scarce and the metallic structures standard E.090 has not been updated for almost 20 years, which places the country at a disadvantage compared to other countries that have been making progress in the calculation of metallic structures. For example, in order to know the non-linear behavior of a steel column, aspects such as global slenderness, local slenderness and second order effects must be taken into account, which complicate the estimation of the rotation capacity (ductility) of a steel column if traditional methods are used; however, nowadays there is enough information and the necessary tools to achieve this purpose in a direct way, for instance, using a finite element model.

Here arises the need not only to apply a new methodology to obtain the rotation capacity of a steel column, but also to propose expressions that allow to obtain it in a direct, simple and reliable way. This will contribute to reduce calculation times and to take a step forward in the study of the behavior of metallic columns. In this research, hollow rectangular section columns were considered, since they are the most used in our context.

To achieve this, a parametric study of 72 columns modeled in a finite element program was carried out. To ensure the reliability of these models, a validation of these models was first performed using results from experimental studies of this type of elements [2].

With the results obtained, trends were found between the calculated rotation capacities and the geometrical and mechanical parameters that affect them. These trends were used to propose expressions to predict the rotation capacity of a rectangular hollow section metallic column subjected to axial load and cyclic lateral actions, as it happens with a column of a metallic structure subjected to cyclic actions.

Finally, the proposed expressions were validated with 6 additional columns to those used in the parametric study, for which their rotation capacities were calculated and compared with the proposal of this research, thus demonstrating that the proposed expressions allow obtaining adequate results, using simple expressions.

Key words: Rotation capacity, slenderness, finite elements.



ÍNDICE

DEDICATORIA.....	2
AGRADECIMIENTOS.....	3
RESUMEN.....	4
ABSTRACT.....	6
CAPÍTULO I.....	16
1. INTRODUCCIÓN.....	16
CAPÍTULO II.....	19
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	19
1.1 Formulación del problema.....	19
1.2 Justificación de la investigación.....	20
1.2.1 Justificación teórica.....	20
1.2.2 Justificación práctica.....	20
1.2.3 Justificación metodológica.....	20
1.3 Hipótesis y variables.....	20
1.3.1 Hipótesis general.....	20
1.3.2 Hipótesis específicas.....	21
1.4 Variables.....	21
1.4.1 Variables independientes.....	21
1.4.2 Variable dependiente.....	21
1.5 Operacionalización de variables.....	21
1.6 Problema.....	22
1.6.1 Problema general.....	22
1.6.2 Problemas específicos.....	22
1.7 Objetivos.....	22
1.7.1 Objetivo general.....	22

1.7.2	Objetivos específicos.....	22
1.8	Alcance y limitaciones.....	23
CAPÍTULO III		24
1.	MARCO TEÓRICO	24
1.1	Estado del arte	24
1.2	Antecedentes de investigación	27
1.2.1	El acero al carbono como material estructural	27
1.2.2	Modelamiento no lineal del material.....	27
1.2.3	Modelo para acero laminado en caliente:.....	27
1.2.4	Modelo para acero conformado en frío	31
1.3	Capacidad de rotación de elementos de acero	34
1.4	Elaboración del modelo de elementos finitos.....	35
1.5	Estudio paramétrico	45
1.6	Marco legal	45
1.7	Marco teórico.....	45
CAPÍTULO IV		46
1.	METODOLOGÍA	46
1.1	Tipo y nivel de investigación.....	46
1.2	Método de investigación.....	46
1.3	Materiales y lugar de ejecución	46
1.3.1	Lugar	46
1.3.2	Equipos a utilizar.....	46
1.4	Muestra de estudio.....	46
1.5	Diseño de la investigación	47
1.5.1	Revisión de la literatura disponible.....	47
1.5.2	Validación del modelo numérico	47
1.5.3	Estudio paramétrico.....	47

1.5.4	Análisis de resultados y propuesta	47
1.6	Diagrama de flujo	47
CAPÍTULO V		48
1.	VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO	48
1.1	Características del modelo ensayado experimentalmente	48
1.2	Protocolo de carga	50
1.3	Elaboración del modelo numérico	50
CAPÍTULO VI		59
1.	ESTUDIO PARAMÉTRICO	59
1.1	Cálculo de la inercia	66
1.2	Cálculo del momento plástico	72
CAPÍTULO VII		84
1.	PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA PREDECIR LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN DE COLUMNAS METÁLICAS HUECAS DE SECCIÓN RECTANGULAR	84
1.1	Parámetros que afectan a la capacidad de rotación.	84
1.2	Desarrollo de las expresiones para estimar R y RO	86
1.3	Verificación de la expresión propuesta	88
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		93
Conclusiones		93
Recomendaciones		94
REFERENCIAS		95

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1. Curva de ingeniería esfuerzo-deformación para acero laminado en caliente [3]	27
Figura 2. Primera propuesta de curva experimental esfuerzo-deformación modelo cuádruple lineal [3].....	28
Figura 3. Segunda propuesta de la curva esfuerzo-deformación del modelo no lineal, comparado con la curva experimental [3]	29
Figura 4. Modelo de curva esfuerzo-deformación para acero conformado en frío propuesto por [4]	31
Figura 5. Definición de flat y corner en la sección de una columna conformada en frío..	31
Figura 6. Curvas esfuerzo deformación para la parte plana de la sección y las esquinas.	33
Figura 7. Curva histórica obtenida por elementos finitos propuesta por [5]	34
Figura 8. Parámetros para obtener la capacidad de rotación propuesto por [1]	34
Figura 9. Definición de la sección de columna en ABAQUS.	36
Figura 10. Modelamiento del elemento columna en ABAQUS.....	37
Figura 11. Definición de las propiedades elásticas del material.....	38
Figura 12. Definición de las propiedades plásticas del material	39
Figura 13. Asignación de propiedades “flat” a la sección	40
Figura 14. Asignación de propiedades “corner” a la sección	40
Figura 15. Ensamble de la estructura en ABAQUS.	41
Figura 16. Steps de carga para el modelo	42
Figura 17. Creación de carga axial.	43
Figura 18. Definición de empotramiento en la estructura.	43
Figura 19. Definición de carga cíclica.....	44
Figura 20. Mallado del modelo en ABAQUS.	44
Figura 21. Diagrama de flujo de la investigación.....	47
Figura 22. Detalle de columna corta ensayada por [2]	48
Figura 23. Dimensiones sección hueca.....	49
Figura 24. Protocolo de carga descrito en ANSI/AISC 314 para ensayo de especímenes [1]	50
Figura 25. Dimensiones la columna ensayada, medidas en milímetros	51
Figura 26. Modelo R1n04W utilizado para la validación de los resultados con elementos finitos.....	52

Figura 27. Comparación entre ensayos experimentales y ensayos numéricos realizados por [2]	53
Figura 28. Comparación entre el modo de falla ensayo experimental R1n0.4W realizado por [2] y un ensayo numérico R1n0.4W propio realizado en el programa ABAQUS.....	54
Figura 29. Comparación de curvas histeréticas del modelo R1n02W.....	55
Figura 30: Comparación de curvas histeréticas del modelo R1n04W.....	55
Figura 31. Extensión para definir las esquinas de una sección	56
Figura 32. Comparación de resultados diferenciando materiales en flat y corner y utilizando un material con propiedades combinadas.....	57
Figura 33. Secciones analizadas para el eje fuerte y el eje débil.....	60
Figura 34. Definición de porcentajes de flat y corner de cada sección.	63
Figura 35: Definición de los parámetros p_c y p_f	63
Figura 36. Fórmulas utilizadas para partes planas.....	64
Figura 37. Fórmulas utilizadas para esquinas.....	64
Figura 38. Fórmulas combinadas.....	65
Figura 39. Medidas de la sección tubular hueca.....	66
Figura 40. Detalle sección 1	67
Figura 41. Detalle sección 2	68
Figura 42. Detalle sección 3	69
Figura 43. Detalle sección 4.	70
Figura 44. Diagrama para hallar el momento plástico.....	72
Figura 45. Definición de A_1	73
Figura 46. Definición de A_2	74
Figura 47. Definición de Z	77
Figura 48. Cálculo del momento plástico	78
Figura 49. Modelo <i>skeleton curve</i> [1].....	80
Figura 50. Definición de las capacidades de rotación R y R_0	81
Figura 51. Parámetro propuesto S_1 vs R	85
Figura 52. Parámetro propuesto S_2 vs R_0	86
Figura 53. Valores de R obtenidos vs la propuesta de esta investigación.....	87
Figura 54. Valores de R_0 obtenidos vs la propuesta de esta investigación.....	88
Figura 55. Dirección fuerte y débil del modelo.....	89
Figura 56. Modo de falla modelo 40x90 $t=0.6$	90

Figura 57. *Skeleton curve* modelo 40x90 $t=0.6$ 90

Figura 58. Resultados de R obtenidos del modelo 40x9091

Figura 59. Resultados de R_o obtenidos del modelo 40x9091



LISTADO DE TABLAS

Tabla 1. Valores de n y m [4]	32
Tabla 2. Especímenes ensayados por [2].....	48
Tabla 3. Propiedades calibradas de los materiales [2].....	49
Tabla 4: Parámetros y rangos de variación propuestos para el estudio paramétrico...59	
Tabla 5. Propiedades geométricas de los modelos planteados.....	61
Tabla 6: Especímenes establecidos para esquinas y partes planas	64
Tabla 7. Inercias dirección fuerte y débil modelos 50x50	71
Tabla 8. Inercias dirección fuerte y débil modelos 50x75	71
Tabla 9. Inercias dirección fuerte y débil modelos 50x100	72
Tabla 10. Cálculo de parámetros para hallar el momento plástico	75
Tabla 11. Resumen momento plástico	78
Tabla 12. Valores para hallar la capacidad de rotación.....	82
Tabla 13. Valores para constantes k y c	87
Tabla 14. Modelo para verificación de la propuesta.	89
Tabla 15. Cálculo de los valores de R y R_o	91

CAPÍTULO I

1. INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico y la potencia de los ordenadores a los que se tiene acceso hoy en día hace posible que puedan utilizarse modelos de elementos finitos para predecir el comportamiento de cualquier elemento estructural, lo que antes era muy complicado por la limitación que existía respecto a la capacidad de los ordenadores.

Esta herramienta es muy utilizada actualmente, puesto que permite tomar en cuenta varios aspectos en simultáneo, como el pandeo local, pandeo global, imperfecciones, efectos de segundo orden, endurecimiento por deformación, etc. Todos estos efectos afectan al comportamiento de una columna de acero, por lo que, al utilizar los métodos tradicionales, nos encontraríamos con un problema que involucra muchas incógnitas e iteraciones necesarias para conocer su respuesta frente a determinada acción.

En la presente investigación se hará uso de modelos de elementos finitos para estimar y plantear expresiones que permitan predecir un importante parámetro que define el comportamiento de una columna metálica: la capacidad de rotación o ductilidad.

Esta propuesta será un primer paso al momento de estimar, de manera sencilla, el comportamiento no lineal de una columna de acero, tomando en cuenta todos los aspectos que afectan su respuesta. Esta información podrá servir como dato de entrada al momento de realizar un análisis no lineal en un programa de cálculo.

Para un mejor entendimiento del presente trabajo, se muestra a continuación un breve resumen del contenido de cada capítulo.

Capítulo 2: Planteamiento del problema

Se detalla aquí la formulación del problema y lo que se pretende realizar en la presente investigación. Así mismo, se resalta la importancia de realizar este estudio y cómo aporta al conocimiento, lo que demuestra la necesidad de contar con la información propuesta en esta investigación.

Capítulo 3: Marco Teórico

En esta sección se detallarán las principales investigaciones relacionadas al tema propuesto en este estudio y su aporte con la presente investigación. Existe un gran número de investigaciones que se vienen realizando actualmente, sin embargo, se resumen únicamente las más importantes.

Capítulo 4: Metodología

A continuación, se define el tipo de investigación que se propone y se detallan los hitos o pasos seguidos para cumplir con los objetivos planteados.

Capítulo 5: Validación del modelo numérico

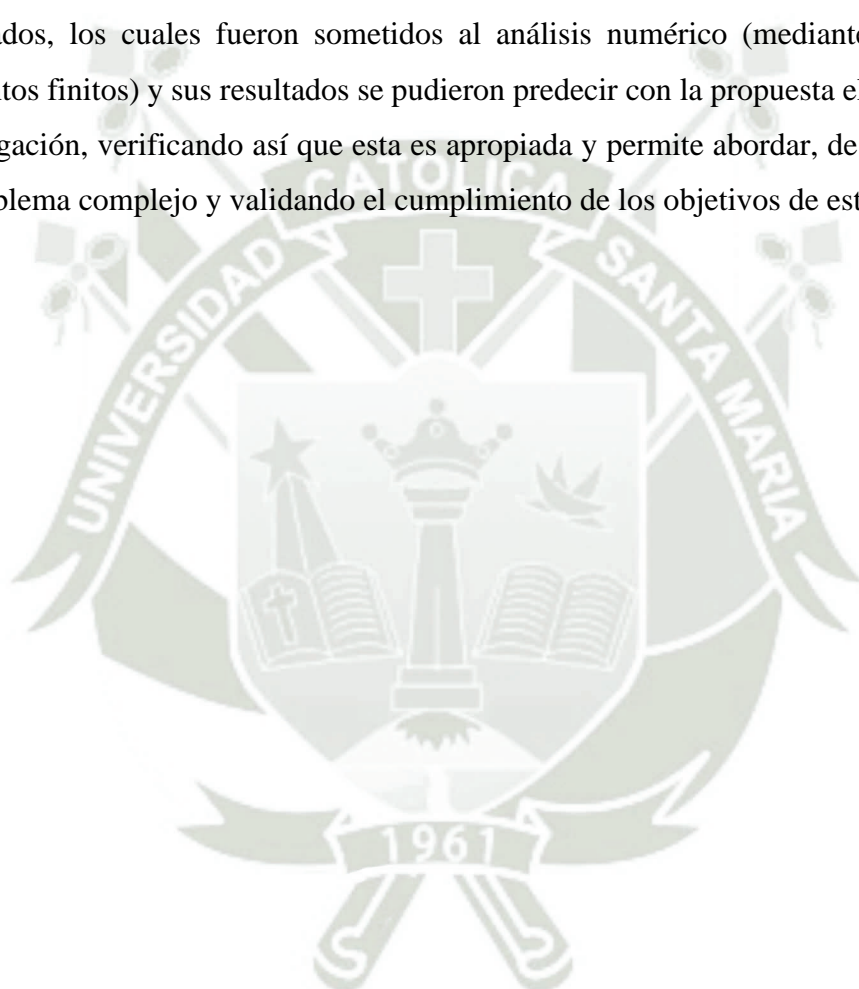
Para poder verificar la confiabilidad de los modelos finitos utilizados, estos fueron sometidos a un proceso de validación. Esta se realizó con los resultados de un estudio experimental, cuya base de datos fue esencial para el desarrollo de este estudio. Posteriormente, se realiza una comparación entre modelos ensayados experimental y numéricamente, validando así los modelos utilizados.

Capítulo 6: Estudio Paramétrico

Se aborda seguidamente, el estudio paramétrico realizado. Aquí se detallan las características de los modelos planteados y sus variaciones para el estudio paramétrico. Así mismo, se muestra de forma general el código utilizado para automatizar el proceso de análisis.

Capítulo 7: Propuesta de expresiones para predecir la capacidad de rotación de columnas metálicas huecas de sección rectangular.

Luego de culminar el estudio paramétrico, se ordenaron y analizaron los resultados obtenidos, con la finalidad de poder plantear expresiones que sean capaces de predecir los resultados obtenidos, lo que permitirá simplificar notoriamente el tiempo de cálculo para obtener la capacidad de rotación de columnas metálicas de sección rectangular hueca. Finalmente, se realizó una verificación de esta propuesta a través de nuevos modelos planteados, los cuales fueron sometidos al análisis numérico (mediante el modelo de elementos finitos) y sus resultados se pudieron predecir con la propuesta elaborada en esta investigación, verificando así que esta es apropiada y permite abordar, de manera simple, un problema complejo y validando el cumplimiento de los objetivos de esta investigación.



CAPÍTULO II

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Formulación del problema

Actualmente, la evolución tecnológica permite realizar análisis más avanzados a las estructuras, logrando predecir de manera confiable su respuesta ante una determinada demanda sísmica, basándose en el comportamiento no lineal de los elementos que conforman la estructura. Para lograr modelar el comportamiento no lineal de estos elementos, se requiere conocer la respuesta no lineal del material y la del elemento. Respecto a la respuesta no lineal de los materiales (acero, concreto, etc), la información es basta y es factible obtener curvas esfuerzo deformación que se acerquen a las reales, con un alto grado de confiabilidad, sin embargo, respecto al comportamiento no lineal de los elementos, en especial para elementos de acero, esta tarea aún no está superada debido a que el comportamiento de un elemento de acero no depende únicamente de su capacidad seccional, sino que también de su esbeltez. Entonces, para poder estimar correctamente la respuesta no lineal de elementos de acero, se requieren técnicas o expresiones que consideren, además de la resistencia de la sección transversal, las diversas formas de pandeo que puede presentar.

Esta investigación pretende proponer expresiones que permitan estimar uno de los principales ingredientes para modelar el comportamiento no lineal de los elementos: la capacidad de rotación. Esta capacidad de rotación nos permite conocer el grado de ductilidad que puede desarrollar un elemento de acero, por lo que es un parámetro muy importante a la hora de estimar su respuesta no lineal.

Esta investigación se centrará en elementos de acero con sección hueca rectangular, puesto que este tipo de secciones son las que se utilizan con mayor frecuencia en nuestro medio.

1.2 Justificación de la investigación

1.2.1 Justificación teórica

Esta investigación es de interés, puesto que se propondrán expresiones y metodologías para predecir la capacidad de rotación de elementos de acero, considerando sus posibles formas de pandeo. Actualmente, en Perú, no existe una propuesta como esta, lo que da valor a esta investigación, al ser idónea y cerrar una brecha de conocimiento.

1.2.2 Justificación práctica

Al proponerse expresiones sencillas para predecir la capacidad de rotación, estas podrán aplicarse a la práctica real, puesto que cualquier ingeniero interesado podrá utilizarlas de manera sencilla. Se genera entonces un aporte también en el ámbito práctico de la ingeniería.

1.2.3 Justificación metodológica.

Además de proponer expresiones para predecir la capacidad de rotación del elemento, la presente investigación propondrá una metodología para poder estimar, de manera sencilla, la capacidad de rotación de cualquier columna de acero, la cual es un aporte considerable, puesto que puede servir como punto de partida para futuras investigaciones relacionadas al tema. Este estudio es una extensión a nuestra realidad de las investigaciones realizadas previamente en otros países de primer mundo.

1.3 Hipótesis y variables

1.3.1 Hipótesis general

- Las expresiones propuestas permitirán predecir de manera confiable la capacidad de rotación de un elemento de acero para modelar su comportamiento no lineal, considerando sus posibles formas de pandeo.

1.3.2 Hipótesis específicas

- Los modelos de elementos finitos que se utilizarán permitirán modelar el comportamiento no lineal de un elemento de acero, considerando sus posibles formas de pandeo, considerando, además, que estos modelos de elementos finitos serán validados con resultados de pruebas experimentales.
- La capacidad de rotación de un elemento de acero depende principalmente de su esbeltez global, esbeltez local, nivel de carga axial y rigidez de sección.

1.4 Variables

Las variables independientes son las que afectan a la dependiente. Como se mencionó en la hipótesis, la capacidad de rotación será dependiente de la esbeltez global, esbeltez local, nivel de carga axial y rigidez de sección; por lo que estas últimas serán las variables independientes y la capacidad de rotación será la variable dependiente.

1.4.1 Variables independientes

- Esbeltez global del elemento.
- Esbeltez local de la sección.
- Nivel de carga axial.
- Rigidez de sección.

1.4.2 Variable dependiente

- Capacidad de rotación plástica

1.5 Operacionalización de variables

	VARIABLE	INDICADORES	INSTRUMENTO	UNIDAD
Independientes	Esbeltez global del elemento	Longitud de la columna	ABAQUS	Adimensional
	Esbeltez local de la sección	Espesor de la sección	ABAQUS	Adimensional
	Nivel de carga axial	Axial	ABAQUS	Tnf
	Rigidez de sección	Relación ancho/espesor	ABAQUS	Tnf
Dependiente	Capacidad de rotación plástica		ABAQUS	Adimensional

1.6 Problema

1.6.1 Problema general

- ¿Cómo obtener la capacidad de rotación de un elemento de acero para modelar su comportamiento no lineal, considerando sus posibles formas de pandeo?

1.6.2 Problemas específicos

- ¿Cómo modelar el comportamiento no lineal de un elemento de acero, considerando sus posibles formas de pandeo?
- ¿Qué parámetros afectan a la capacidad de rotación de un elemento de acero?

1.7 Objetivos

1.7.1 Objetivo general

- Proponer expresiones para obtener la capacidad de rotación de un elemento de acero para modelar su comportamiento no lineal, considerando sus posibles formas de pandeo.

1.7.2 Objetivos específicos

- Estimar el comportamiento no lineal de un elemento de acero, considerando sus posibles formas de pandeo, a partir de un modelo de elementos finitos, validado con resultados de pruebas experimentales.
- Encontrar los parámetros que afectan a la capacidad de rotación de un elemento de acero.

1.8 Alcance y limitaciones

La presente investigación no pretende realizar un estudio profundo del método de elementos finitos, sino que usa a este como una herramienta para lograr el objetivo del estudio: estimar la capacidad de rotación de columnas de acero. Los criterios y suposiciones realizadas en esta investigación son las mismas que recomiendan las recientes investigaciones relacionadas al tema, además que los resultados de los modelos realizados fueron validados con ensayos experimentales realizados por otros autores, por lo que no se pretende cuestionar los criterios asumidos al realizar el modelo de elementos finitos, sino que el autor se limitó a tomar estos criterios como válidos.

Esta investigación se limita al estudio de la capacidad de rotación de columnas de acero, por lo que los procedimientos de diseño de este tipo de elementos no forman parte de este estudio. Actualmente existen numerosos métodos para diseñar columnas de acero (unos más efectivos que otros), sin embargo, ninguno de ellos se utilizó en esta tesis, puesto que no se realizarán diseños de columnas, sino que solamente se estimará su capacidad de rotación.

CAPÍTULO III

1. MARCO TEÓRICO

1.1 Estado del arte

En esta sección se detallarán las principales investigaciones relacionadas al tema propuesto en este estudio. Se iniciará mostrando las investigaciones relacionadas a la capacidad de rotación de elementos de acero. Luego, se continuará presentado los resultados de ensayos experimentales realizados en este tipo de elementos y para finalizar se tocará el tema de los modelos para obtener la curva esfuerzo deformación del material, considerando su incursión en el rango no lineal.

Según la literatura revisada, resalta la investigación realizada por Fang et al. [2] en la que propusieron una expresión para determinar la rotación última de columnas de acero sometidas a carga axial constante y flexión cíclica. Esta expresión puede servir como base para comparar sus resultados con los de la presente investigación. Para obtener esta expresión, Fang et al. [2] realizaron un modelo numérico basado en elementos finitos, previamente validado con resultados de ensayos experimentales, para realizar un estudio paramétrico de columnas con diferentes relaciones ancho/espesor y diferentes niveles de carga axial para obtener los resultados de la capacidad de rotación de 105 columnas con diferentes características. Este estudio concluyó que el modelo numérico utilizado es consistente con los resultados experimentales, lo que indica que es posible predecir los resultados a partir de un modelo de elementos finitos.

Posteriormente, González-de-León et al. [1] realizaron un estudio similar, pero en vigas de acero. Para validar el modelo numérico de este estudio, se utilizaron los resultados experimentales de [2], lo que indica que el estudio de Fang et al. [2] es una fuente valiosa de información para poder validar el modelo numérico de este tipo de elementos. En esta investigación se propuso una expresión para obtener la capacidad de rotación en vigas de acero. Esta investigación sugiere que la capacidad de rotación de vigas de acero puede determinarse a través de un único parámetro: la esbeltez local de la sección. Esto quiere decir que no es necesario realizar iteraciones en el cálculo de la capacidad de rotación de estos elementos, sino que se puede obtener de manera directa, simplificando notoriamente el cálculo. Esta expresión también demostró arrojar resultados bastante consistentes con los obtenidos de un estudio paramétrico de 120 vigas de acero sometidas a flexión cíclica.

Recientemente, Bustamante [5] propuso expresiones para columnas en acero inoxidable con sección hueca para predecir su capacidad de rotación utilizando parámetros como la esbeltez local de la sección, al igual que [1], el nivel de carga axial, la esbeltez del elemento y la rigidez de sección. Si se compara esta expresión con la de González-de-León et al. [1], podemos notar que en [5] se propone una expresión más sofisticada, puesto que se toman en cuenta más parámetros que afectan a la capacidad de rotación de este tipo de elementos, sin perder su practicidad, lo que le permite ser utilizada en el cálculo del día a día (a diferencia de la expresión propuesta en [2]). Además, en esta investigación se englobaron todos los parámetros que afectan a la capacidad de rotación en un solo parámetro S , al cual se le denominó el “grado de susceptibilidad” que tiene un elemento a reducir su capacidad de rotación al ser sometido a carga axial y flexión cíclica.

En la presente investigación se tomará como referencia este parámetro S , puesto que se demostró en [5] que es capaz de predecir la capacidad de rotación de manera sencilla y precisa.

En los párrafos anteriores se indicó que, para poder utilizar los resultados obtenidos de un modelo de elementos finitos, es necesario validarlos con resultados de ensayos experimentales, por lo que es necesario revisar la literatura disponible respecto a este tema. A continuación, se detallarán los principales estudios experimentales realizados en elementos de acero sometidos a carga cíclica, puesto que estos servirán para validar el modelo numérico que se utilizará en la presente investigación.

Se detallará primero el estudio experimental realizado por Fadden et al. [6] en el cual se ensayaron elementos de acero de sección hueca sometidos a flexión cíclica. Dentro de los principales resultados obtenidos se puede resaltar que las zonas de las esquinas de la sección presentaron mayor resistencia última, y menor ductilidad, mientras que, en las secciones planas, los resultados arrojaron menor resistencia última, pero mayor ductilidad. En el estudio de Fang et al [2], también se ensayaron elementos de acero de sección hueca, donde para los especímenes ensayados, no ocurrió inestabilidad, pero, el modo de falla que predominó fue el pandeo local. Los ensayos sometidos a flexión en el eje débil sufrieron mayor deformación en comparación con los ensayos sometidos a flexión en el eje fuerte. Esta es una conclusión que se esperaba del estudio, puesto que, se entiende que en el eje débil la inercia es menor, por lo tanto, el desplazamiento será mayor.

En la presente investigación se utilizarán los resultados experimentales de [2], puesto que el elemento ensayado es el mismo que se presente estudiar y, además, estos resultados

fueron utilizados por otros investigadores [1],[5]. A lo anterior se suma que no se encontró en la literatura información disponible acerca de estudios experimentales, realizados en Perú, de este tipo de elementos.

Finalmente, para poder obtener la respuesta inelástica de un elemento de acero, es necesario modelar el comportamiento inelástico del material a utilizar: acero al carbono. En las últimas décadas se han realizado numerosos estudios para conocer el comportamiento no lineal del acero, tanto a nivel de material, como a nivel de elemento. Respecto al comportamiento no lineal del material, Yun et al. [3] propusieron expresiones para obtener la curva esfuerzo deformación para acero laminado en caliente. Este modelo propuesto arrojó resultados bastante consistentes con aquellos obtenidos de pruebas experimentales. Se concluye en este estudio que las expresiones propuestas se calibraron en base a un gran conjunto de datos experimentales y la gran ventaja que tiene el modelo es que este se basa únicamente en los parámetros básicos del material, es decir, que es un modelo bastante sencillo de aplicar. Posteriormente, Gardner et al. [4] realizaron modelos para obtener las curvas esfuerzo deformación de acero conformado en frío. De este estudio resalta que las curvas obtenidas son distintas a las del acero en caliente, debido al proceso del conformado en frío. Se obtuvieron gráficos esfuerzo deformación curvos, a diferencia del acero laminado en caliente que consistían en dos rectas y un tramo final curvo. Las curvas esfuerzo deformación para acero conformado en frío son no lineales, puesto que no presentan los tramos rectos, tal y como se da en un acero laminado en caliente. Estas curvas se mostrarán posteriormente en el documento.

En este estudio se propusieron dos modelos: uno para la parte plana de la sección conformada en frío y otra para las esquinas de esta, puesto que se ha demostrado que en las esquinas la resistencia es mayor, mientras que la ductilidad es menor. Las expresiones propuestas en [4] están basadas en el modelo de Ramberg-Osgood [7], que ha demostrado ser adecuado para curvas esfuerzo deformación con tipología no lineal, tal y como se da en el acero conformado en frío. El modelo propuesto en [4] será el que se utilizará en la presente investigación, puesto que las secciones que se estudiarán son todas conformadas en frío.

Resumiendo, toda la literatura revisada, es posible afirmar que existen estudios similares al presente, por lo que se cuenta con la información necesaria para la presente investigación. Además, se pudo verificar que, para realizar un modelo de elementos finitos que sea confiable, es necesario validar sus resultados con los de ensayos experimentales,

cuya información existe y se utilizará. Además de los resultados experimentales, se cuenta con la información para modelar el comportamiento inelástico del material de manera consistente, por lo que el estudio paramétrico que se realizará en la presente investigación arrojará resultados consistentes con la realidad.

1.2 Antecedentes de investigación

1.2.1 El acero al carbono como material estructural

El acero al carbono es un tipo de acero compuesto por una aleación de hierro y carbono en diferentes proporciones. A la unión de estos elementos se le llama acero al carbono. Este material tiene la capacidad de adquirir cualquier forma, en otras palabras, es maleable, además, se caracteriza por su elevada resistencia y baja aleación. El carbono tiene la ventaja de elevar la resistencia a la tracción y la desventaja de disminuir la ductilidad, por lo que es importante que este insumo esté adecuadamente dosificado para obtener un balance entre resistencia y ductilidad [8].

1.2.2 Modelamiento no lineal del material

Se han realizado numerosos estudios para proponer modelos curvas de esfuerzo – deformación para el acero, tanto para laminado en caliente, como para conformado en frío. A continuación, se detallarán los principales modelos que se utilizarán para esta investigación.

1.2.3 Modelo para acero laminado en caliente [3]:

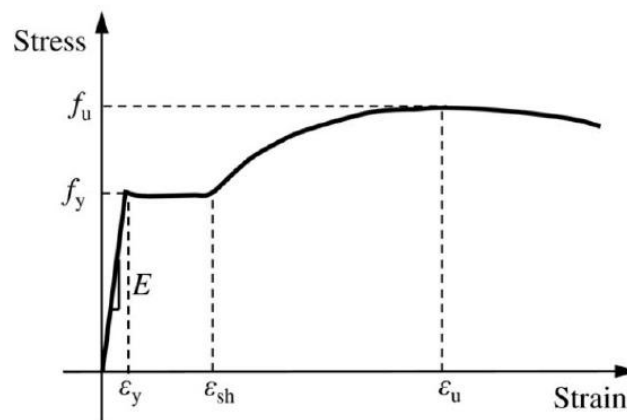


Figura 1. Curva de ingeniería esfuerzo-deformación para acero laminado en caliente [3]

De la Figura 1 podemos analizar que inicialmente la gráfica tiene una pendiente lineal en el sector elástico delimitado por f_y que es el esfuerzo de fluencia y ϵ_y que es la deformación unitaria de fluencia. Posteriormente, se observa la región plástica de pendiente constante hasta ϵ_{sh} que es la deformación que da inicio al endurecimiento por deformación. Finalmente, la curva empieza con el endurecimiento por deformación donde alcanza su valor máximo en f_u que es el esfuerzo último y ϵ_u que es la deformación última. La curva empieza a caer y esta zona ya no es considerada como parte resistente del material, lo que quiere decir que el material, para fines de cálculo, habrá agotado su capacidad al llegar a un esfuerzo igual a f_u .

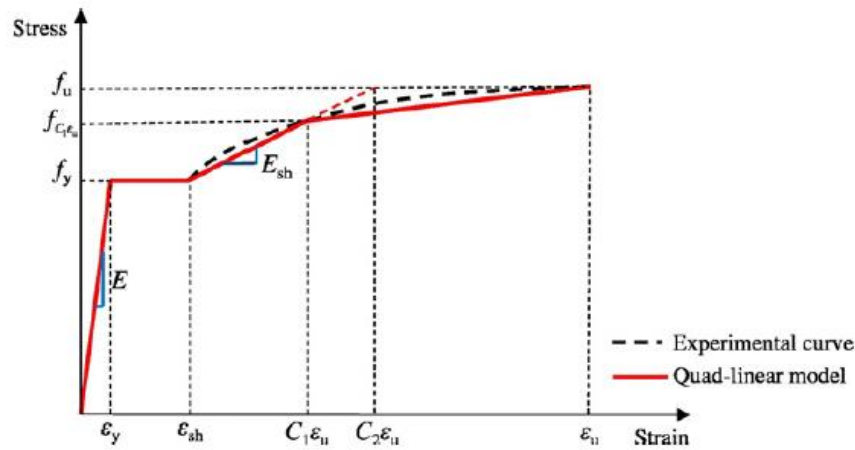


Figura 2. Primera propuesta de curva experimental esfuerzo-deformación modelo cuádruple lineal [3]

En la Figura 2 observamos la primera propuesta desarrollada por Yun et al. [3] (de color rojo), la cual se puede obtener a partir de las siguientes expresiones:

$$f(\epsilon) = \left\{ \begin{array}{ll} E\epsilon & \epsilon \leq \epsilon_y \\ f_y & \epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon_{sh} \\ f_y + E_{sh}(\epsilon - \epsilon_{sh}) & \epsilon_{sh} < \epsilon \leq C_1\epsilon_u \\ f_{C_1\epsilon_u} + \frac{f_u - f_{C_1\epsilon_u}}{\epsilon_u - C_1\epsilon_u}(\epsilon - C_1\epsilon_u) & C_1\epsilon_u < \epsilon \leq \epsilon_u \end{array} \right\} \quad \text{Ec. 1}$$

Donde:

$$\epsilon_u = 0.6 \left(1 - \frac{f_y}{f_u} \right) \quad \epsilon_u \geq 0.06 \text{ acero laminado en caliente} \quad \text{Ec. 2}$$

ϵ_u : Deformación ultima

f_y : Esfuerzo de fluencia

f_u : Esfuerzo último

Al usar estas fórmulas debemos tener en cuenta que la deformación ultima debe ser mayor o igual a 0.06 para acero laminado en caliente.

$$\epsilon_{sh} = 0.1 \left(\frac{f_y}{f_u} \right) - 0.055 \quad 0.015 \leq \epsilon_{sh} \leq 0.03 \quad \text{Ec. 3}$$

ϵ_{sh} : Deformación de inicio del endurecimiento por deformación.

De igual manera, para esta ecuación se debe considerar que ϵ_{sh} debe encontrarse entre un rango mayor igual que 0.015 y menor igual que 0.03.

$$C_1 = \frac{\epsilon_{sh} + 0.25 (\epsilon_u - \epsilon_{sh})}{\epsilon_u} \quad \text{Ec. 4}$$

$$E_{sh} = \frac{f_u - f_y}{0.4(\epsilon_u - \epsilon_{sh})} \quad \text{Ec. 5}$$

Utilizando las expresiones anteriores, se obtiene el gráfico que se muestra en la Figura 2. A continuación, se mostrará la segunda propuesta de [3], la cual ahora se basa en un modelo de dos rectas y una curva final (a diferencia del modelo anterior que consta de 4 rectas):

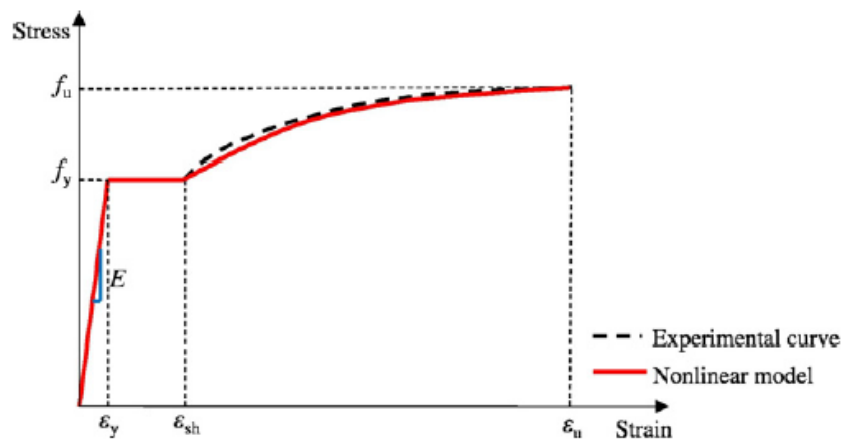


Figura 3. Segunda propuesta de la curva esfuerzo-deformación del modelo no lineal, comparado con la curva experimental [3]

En la Figura 3 se observa la segunda propuesta desarrollada por Yun et al. [3], donde se plantea la curva esfuerzo-deformación con un modelo inicialmente bilineal y posteriormente no lineal (en la zona de endurecimiento). A continuación, se detalla la expresión para obtener el segundo modelo propuesto:

$$f(\varepsilon) = \left\{ \begin{array}{ll} E\varepsilon & \varepsilon \leq \varepsilon_y \\ f_y & \varepsilon_y < \varepsilon \leq \varepsilon_{sh} \\ f_y + E_{sh}(\varepsilon - \varepsilon_{sh}) & \varepsilon_{sh} < \varepsilon \leq C_1\varepsilon_u \\ f_{C_1\varepsilon_u} + \frac{f_u - f_{C_1\varepsilon_u}}{\varepsilon_u - C_1\varepsilon_u}(\varepsilon - C_1\varepsilon_u) & C_1\varepsilon_u < \varepsilon \leq \varepsilon_u \end{array} \right\} \quad \text{Ec. 6}$$

Donde:

ε_u : Deformación última

f_y : Esfuerzo de fluencia

f_u : Esfuerzo último

Donde:

$$\varepsilon_u = 0.6 \left(1 - \frac{f_y}{f_u} \right) \quad \varepsilon_u \geq 0.06 \text{ acero laminado en caliente} \quad \text{Ec. 7}$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon_{sh} + 0.25(\varepsilon_u - \varepsilon_{sh})}{\varepsilon_u} \quad \text{Ec. 8}$$

$$E_{sh} = \frac{f_u - f_y}{0.4(\varepsilon_u - \varepsilon_{sh})} \quad \text{Ec. 9}$$

Utilizando las expresiones anteriores, se obtiene el gráfico que se muestra en la Figura 3. Este modelo se comparó con resultados de ensayos experimentales, como se ve en las figuras anteriores. Si bien es cierto, hay diferencia con la curva experimental, pero estas son menores y no deberían afectar el resultado final.

1.2.4 Modelo para acero conformado en frío

El modelo que se utilizará para acero conformado en frío es el propuesto por Gardner et al. [4]. Este propone en realidad 2 modelos, uno para las partes planas y otro para las esquinas de la sección. A continuación, se muestra el modelo propuesto en [4]:

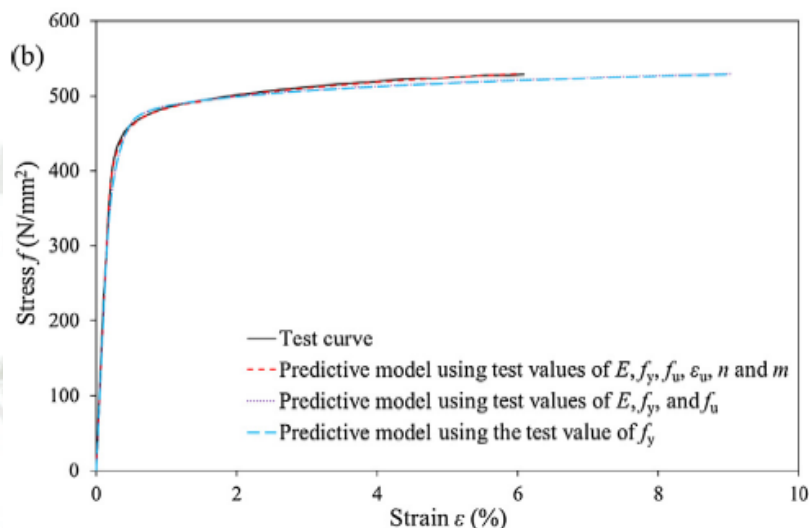


Figura 4. Modelo de curva esfuerzo-deformación para acero conformado en frío propuesto por [4]

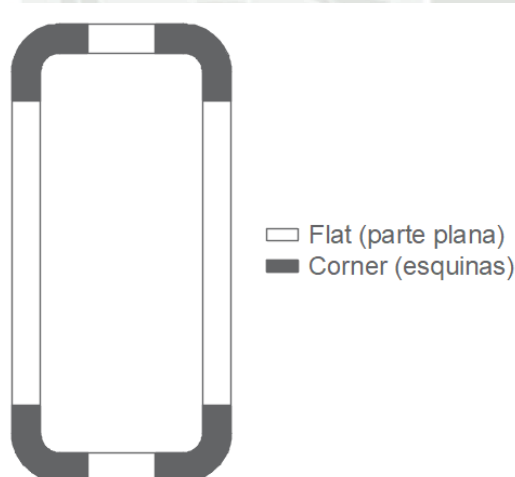


Figura 5. Definición de flat y corner en la sección de una columna conformada en frío

Como podemos observar en la Figura 4, esta curva propuesta por Gardner et al. [4] arroja resultados bastante cercanos a los experimentales, puesto que se puede apreciar que las diferencias entre las curvas mostradas (experimental y teórica) son menores.

A continuación, se muestran las expresiones para obtener la curva del modelo propuesto en [4]:

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{f}{E} + 0.002 \left(\frac{f}{f_y} \right)^n, & f \leq f_y \\ \frac{f - f_y}{E_{0.2}} + \left(\varepsilon_u - \varepsilon_{0.2} - \frac{f_u - f_y}{E_{0.2}} \right) \left(\frac{f - f_y}{f_u - f_y} \right)^m + \varepsilon_{0.2}, & f_y < f \leq f_u \end{cases} \quad \text{Ec. 10}$$

Donde:

f : Esfuerzo

E : Módulo de Young

$\varepsilon_{0.2} = 0.002$

$$E_{0.2} = \frac{E}{1 + 0.002n \frac{E}{f_y}} \quad \text{Ec. 11}$$

$$E_{0.2} = \frac{E}{1 + 0.002n \frac{E}{f_y}} \quad \text{Ec. 12}$$

$$\varepsilon_u = 0.6 \left(1 - \frac{f_y}{f_u} \right) \quad \text{Ec. 13}$$

$$\frac{f_u}{f_y} = 1 + \left(\frac{130}{f_y} \right)^{1.4} \quad \text{Ec. 14}$$

Utilizando las expresiones anteriores, se obtiene el gráfico que se muestra en la Figura 4.

Las constantes n y m se obtienen a partir de la Tabla 1 [4]:

Tabla 1. Valores de n y m [4]

	<i>N</i>	<i>M</i>
FLAT COUPONS	7.6	3.8
<i>Corner coupons</i>	7	4.2

Con el modelo detallado anteriormente se obtienen las siguientes curvas, tanto para la parte plana (flat), como para las esquinas de la sección (corner):

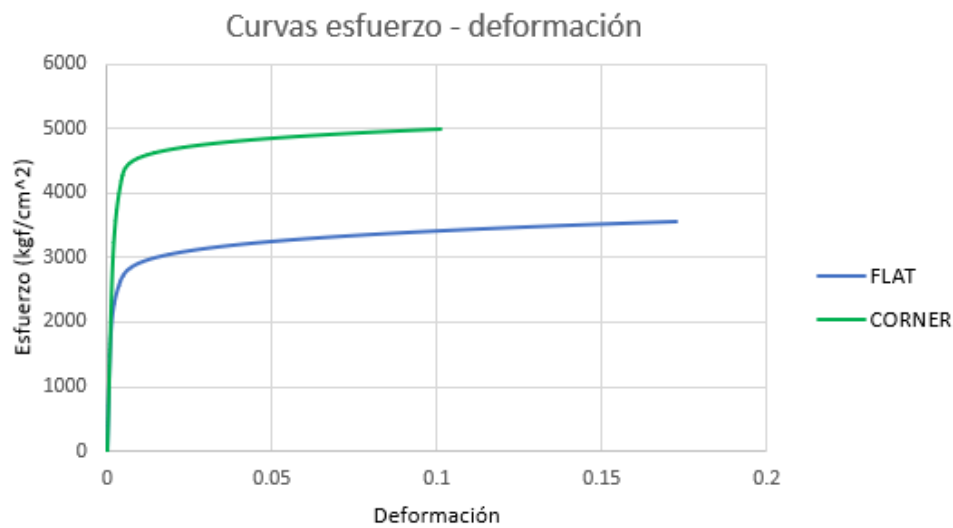


Figura 6. Curvas esfuerzo deformación para la parte plana de la sección y las esquinas.

En la Figura 6 se observa que para las esquinas se incrementará la resistencia del acero, pero se reduce la ductilidad. Caso contrario ocurre para la sección plana, donde la resistencia es menor, pero la ductilidad es mayor. Este efecto es necesario considerar en el análisis puesto que nos brindará resultados más cercanos a los reales, considerando además que las investigaciones recientes lo consideran así [1],[5].

Este modelo es el que se utilizará en esta investigación porque las secciones del presente estudio son conformadas en frío.

1.3 Capacidad de rotación de elementos de acero

Para poder obtener la capacidad de rotación del elemento de acero, se deberá partir de su diagrama histérico:

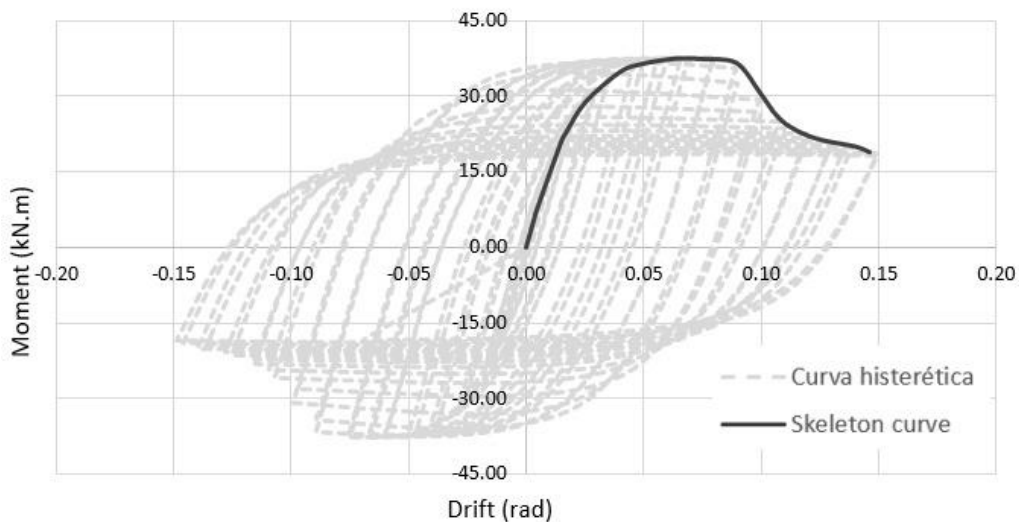


Figura 7. Curva histérica obtenida por elementos finitos propuesta por [5]

En la figura anterior se muestra un diagrama histérico de un elemento de acero sometido a carga cíclica, y la curva de negro representa la *skeleton curve*, que viene a ser la envolvente de los picos del diagrama histérico de color plomo.

A partir del *skeleton curve* se puede estimar la capacidad de rotación de un elemento de acero, tal y como se muestra en la siguiente figura.

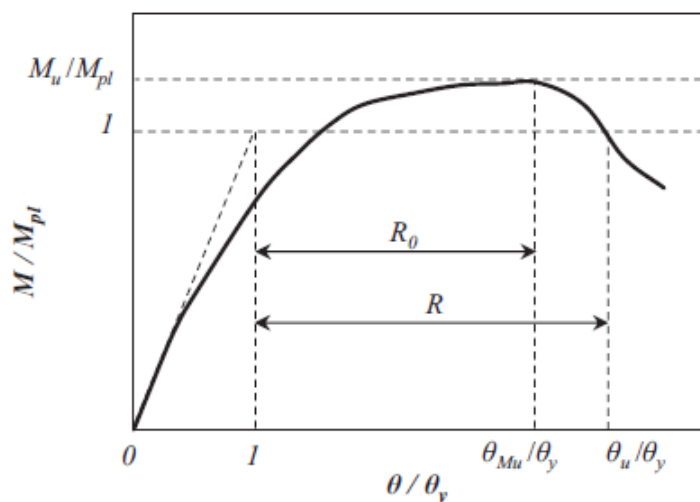


Figura 8. Parámetros para obtener la capacidad de rotación propuesto por [1]

En la figura anterior se muestran los parámetros necesarios para obtener la capacidad de rotación R y la parte estable de la capacidad de rotación R_0 , a partir de las siguientes expresiones.

$$R = \frac{\theta_u}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 15}$$

$$R_0 = \frac{\theta_{Mu}}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 16}$$

Estas mismas expresiones para obtener la capacidad de rotación fueron utilizadas en recientes investigaciones [1] y [5], por lo tanto, serán las que se utilicen en la presente investigación.

1.4 Elaboración del modelo de elementos finitos

Para la elaboración de un modelo de elementos finitos, primero se deberá definir la geometría del elemento a estudiar. En este estudio se hará uso del programa ABAQUS [9].

Los pasos para elaborar un modelo de elementos finitos en ABAQUS son los siguientes.

1. Definir la geometría del modelo:

Para definir la geometría del modelo, se hará uso de puntos de referencia que servirán como guías para poder dibujar el elemento estructural. Es práctica común realizar todos los trazos a ejes de elemento, para que luego el programa se encargue que asignarle el espesor correspondiente.

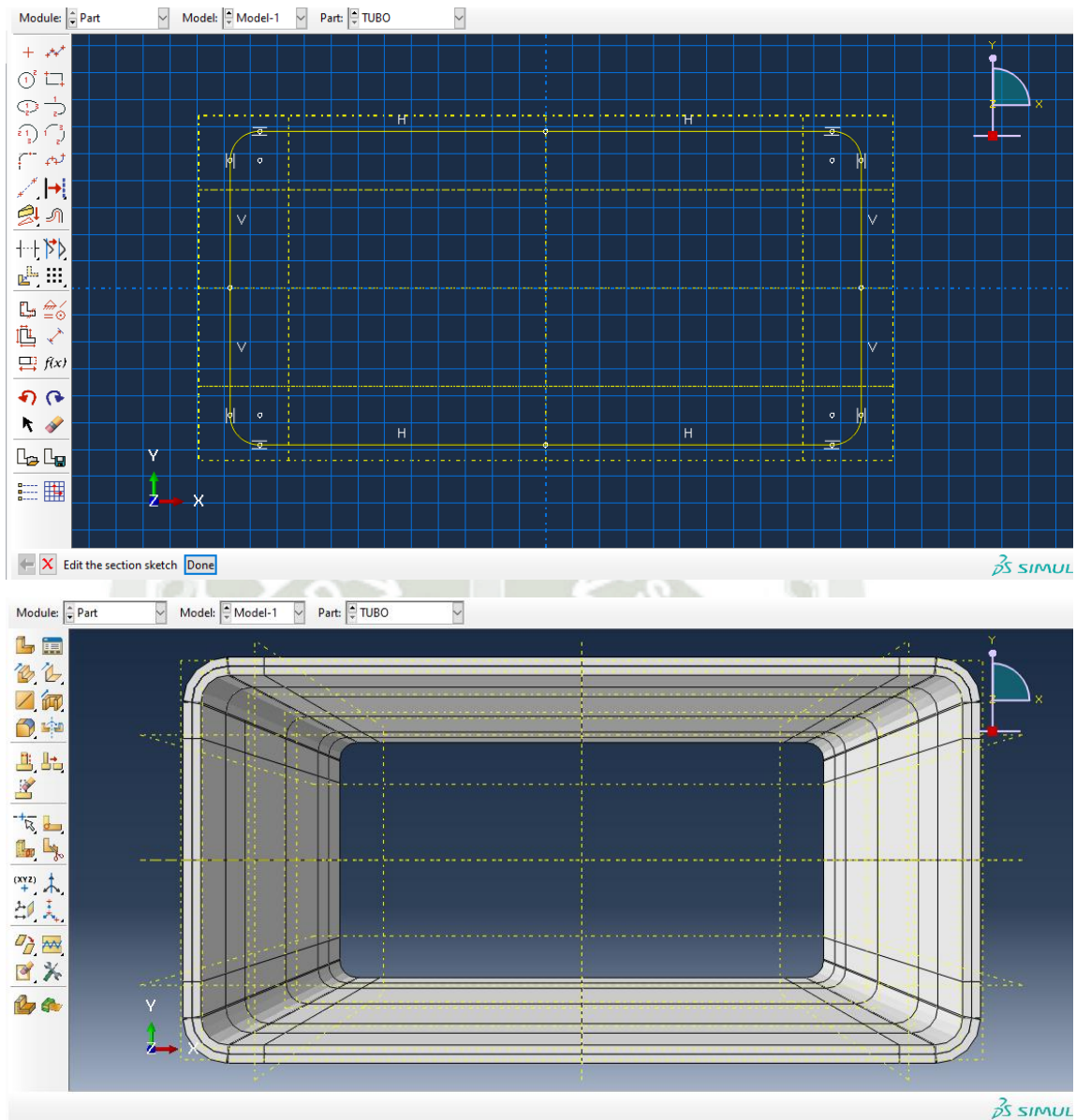


Figura 9. Definición de la sección de columna en ABAQUS.

Luego se introduce la longitud de la columna y por medio de un proceso de extrusión se obtiene el elemento completo.

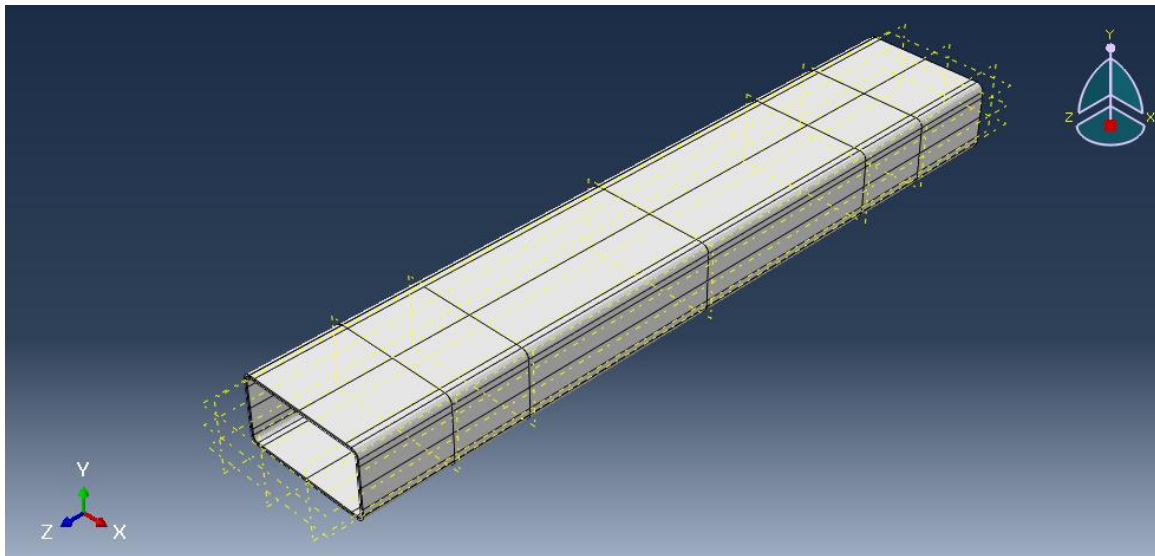


Figura 10. Modelamiento del elemento columna en ABAQUS.

2. Definir propiedades de los materiales:

Luego, de definir la geometría, se procederá a la definición de las propiedades de los materiales. Se deberán añadir materiales tanto para el *flat*, como para el *corner*, así como para los elementos secundarios del modelo (por ejemplo, los rigidizadores de la columna). Las propiedades para *flat* serán elásticas y plásticas. Para las propiedades elásticas se deberán añadir el Módulo de Young y Modulo de Poisson, y para las propiedades plásticas se colocarán los valores obtenidos de los modelos del material expuestos en el apartado anterior. Es preciso indicar que en el programa ABAQUS se trabajó todo en unidades de Newton para las fuerzas y metro para las distancias.

Edit Material [Close]

Name: TUBO

Description: [Text Field]

Material Behaviors

- Elastic (Selected)
- Plastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other

Elastic

Type: Isotropic [Suboptions]

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term

No compression

No tension

Data

	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	189900	0.3

OK Cancel

Figura 11. Definición de las propiedades elásticas del material.

Edit Material [X]

Name: TUBO

Description: [] [Pencil icon]

Material Behaviors

- Elastic
- Plastic**

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other [Pencil icon]

Plastic

Hardening: Combined [Suboptions]

Data type: Half Cycle

Number of backstresses: 1

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

Data

	Yield Stress	Plastic Strain
1	330	0
2	340	0.0001
3	350	0.0002
4	360	0.0004
5	370	0.0005
6	380	0.0007
7	390	0.001

OK Cancel

Figura 12. Definición de las propiedades plásticas del material

Las propiedades elásticas para *corner* serán las mismas que las del *flat*, pero sus propiedades plásticas varían (tal y como se detalló en el apartado anterior). Para las propiedades de los rigidizadores solo se deberá añadir propiedades elásticas como Módulo de Young y módulo de Poisson, puesto que no se contemplará el comportamiento no lineal de estos elementos, sino que únicamente el modelo no lineal se concentrará en el comportamiento de la columna de acero.

3. Asignar propiedades a las secciones:

Seguidamente se crearán las secciones, primero de la columna tanto para *flat* como para *corner* y también para el rigidizador. Luego, para que el programa pueda diferenciar entre *flat* y *corner*, se deberán crear planos, los que sean necesarios, para cortar la columna y así poder seleccionar cada parte de ella e indicar cual será la sección que le pertenece, y así el programa pueda diferenciar en qué zonas de la sección de la columna se considerarán las propiedades de la zona plana (*flat*) y en cuáles serán las de las esquinas (*corner*).

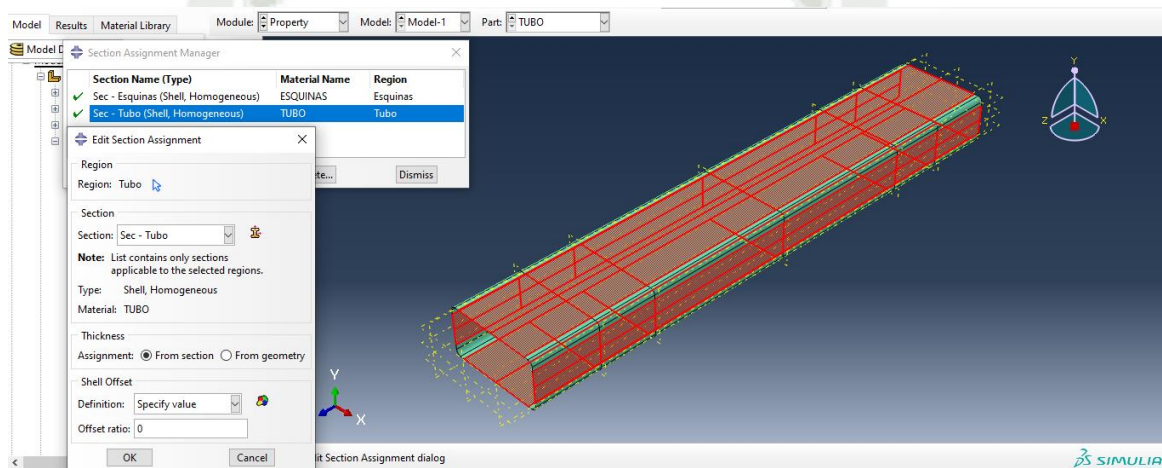


Figura 13. Asignación de propiedades “flat” a la sección

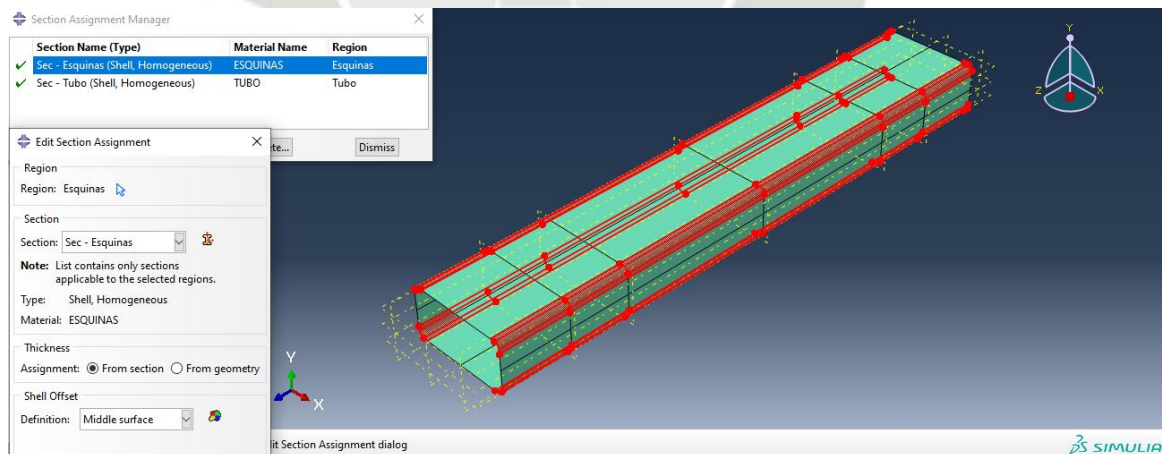


Figura 14. Asignación de propiedades “corner” a la sección

4. Ensamblar la estructura:

Hasta el momento, se han modelado los elementos por separado, cada uno de ellos con sus propiedades geométricas y mecánicas asignadas. Ahora, se debe ensamblar la estructura, lo que significa que se unirán todos los elementos creados independientemente (tubo y rigidizadores) para formar un solo elemento (columna) que será el conjunto de todos los anteriores. Para esto usamos la opción de “merge” para unir los elementos y así tener una estructura completa.

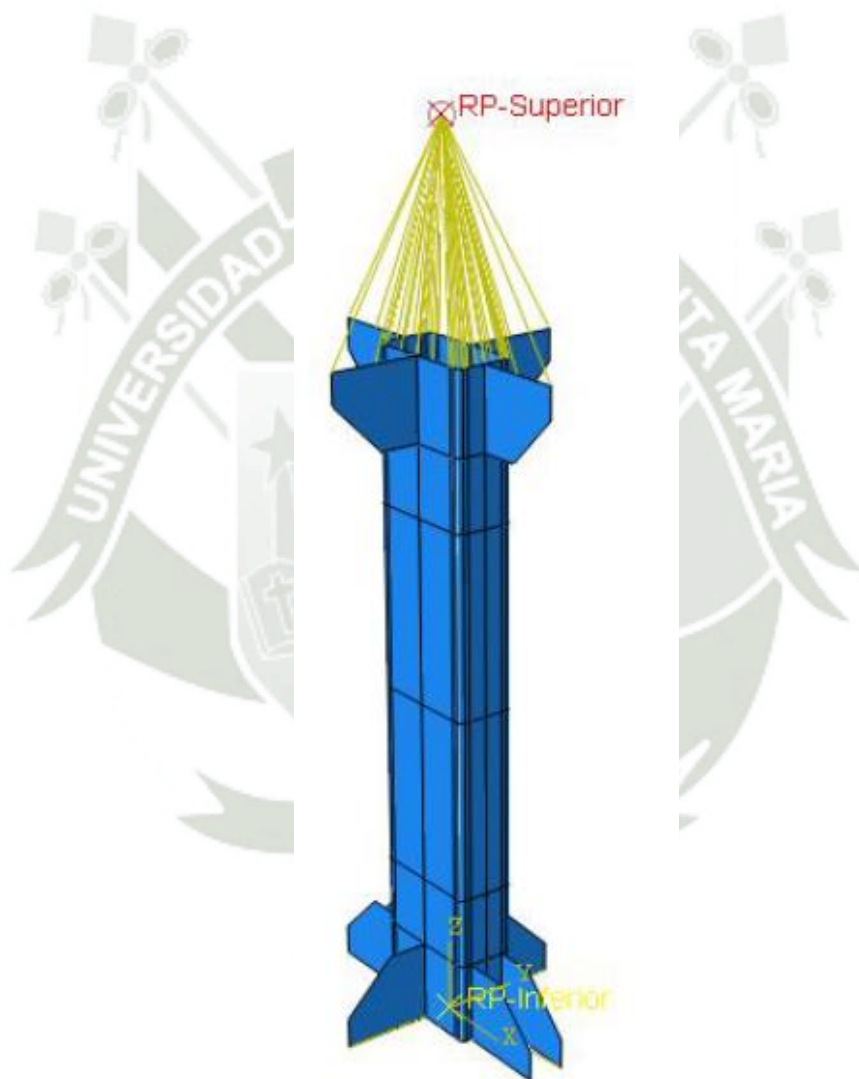


Figura 15. Ensamble de la estructura en ABAQUS.

En la figura anterior se puede notar que se crearon, además, dos puntos de referencia: RP-Inferior y RP-Superior. Estos puntos servirán para crear las restricciones y cargas en la estructura. En el punto inferior se asignará el empotramiento correspondiente y en el punto superior se restringirá el desplazamiento en algunas direcciones y se generarán cargas en otras.

5. Creación de pasos o “steps” de carga:

Luego de que la geometría de la estructura ya está definida, se procede a crear las cargas a las cuales estará sometida. Para esto, el programa ABAQUS utiliza el término “step” o “paso” para poder definirlos. Los “steps” definen el orden en el que se van a asignar las cargas al modelo, de tal manera que el programa entienda cuáles son las cargas que actuarán primero que las demás. Para el desarrollo del modelo de la columna, se consideraron dos steps:

- Step 1: Carga axial.
- Step 2: Desplazamiento lateral cíclico.

Los steps obedecen al mismo orden en el que las cargas son aplicadas en un ensayo experimental: primero que carga axialmente la columna y luego se la somete a la acción lateral cíclica.

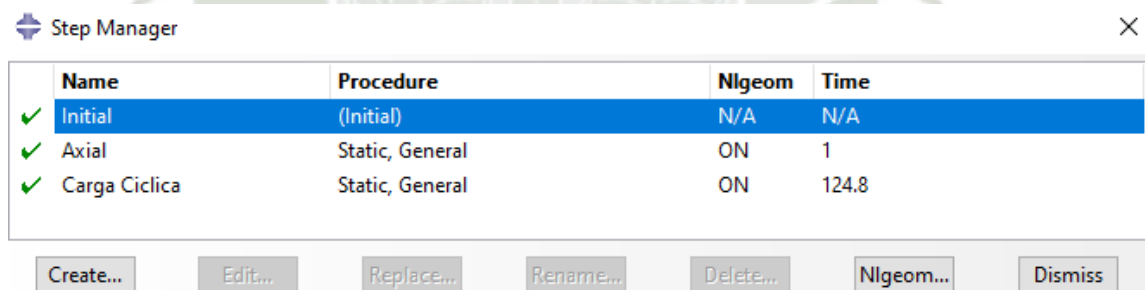


Figura 16. Steps de carga para el modelo

Luego de definir los steps en el programa, se genera el empotramiento en el nudo inferior y una constricción en el nudo superior, la cual sirve para que todos los puntos de la sección superior de la columna tengan los mismos desplazamientos y giros, generando así un nudo maestro que servirá como punto de control para la medición de resultados.

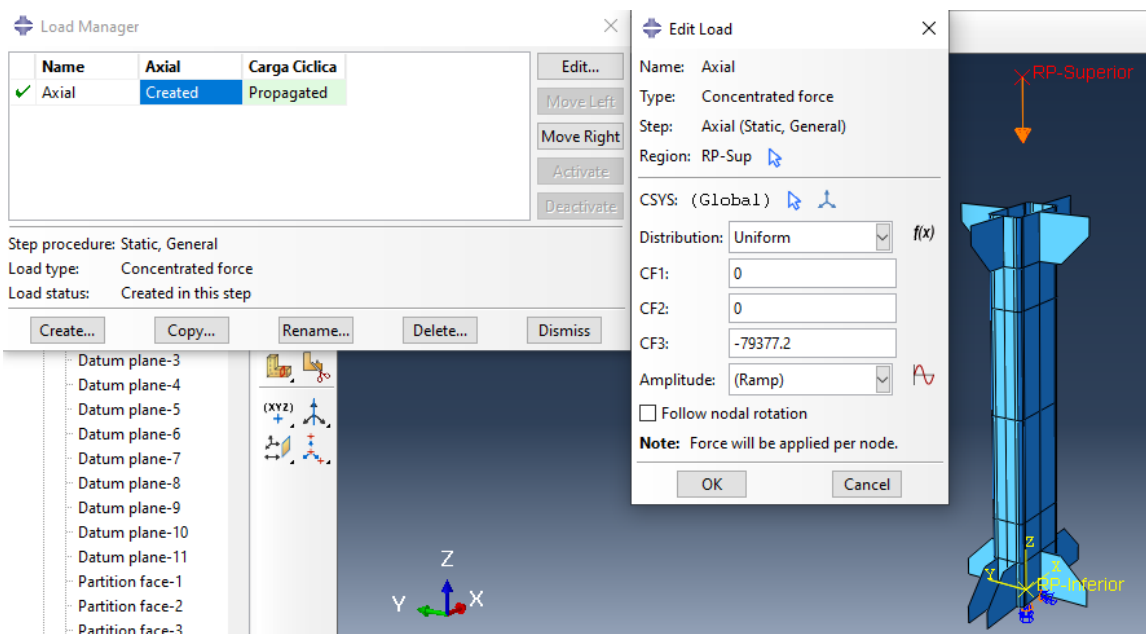


Figura 17. Creación de carga axial.

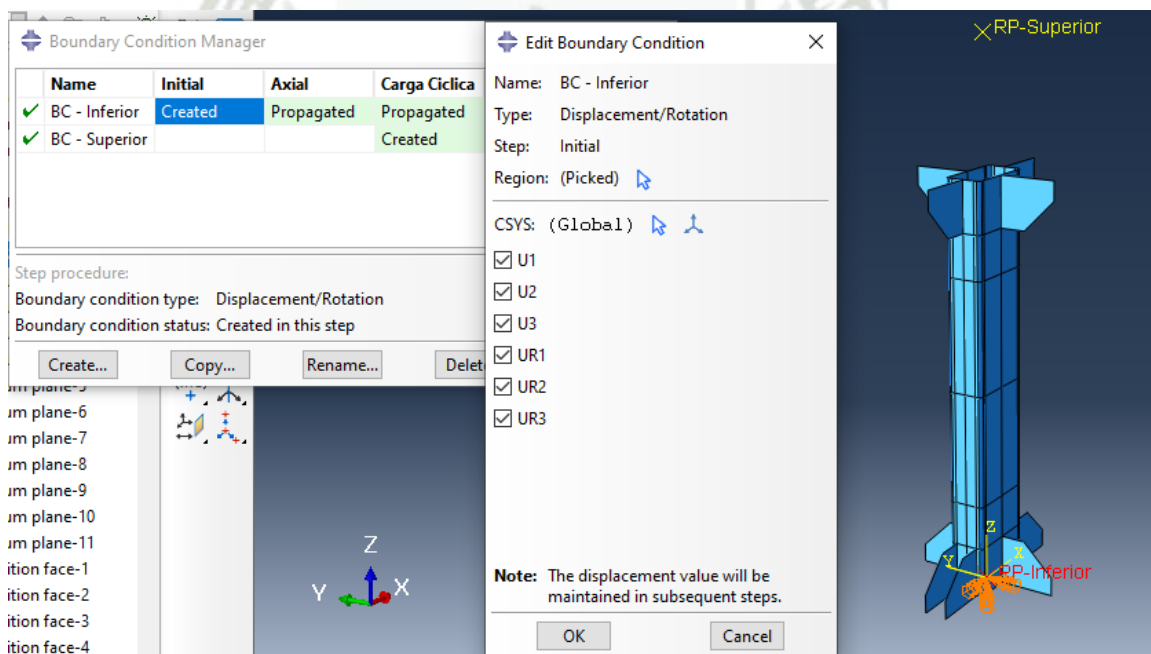


Figura 18. Definición de empotramiento en la estructura.

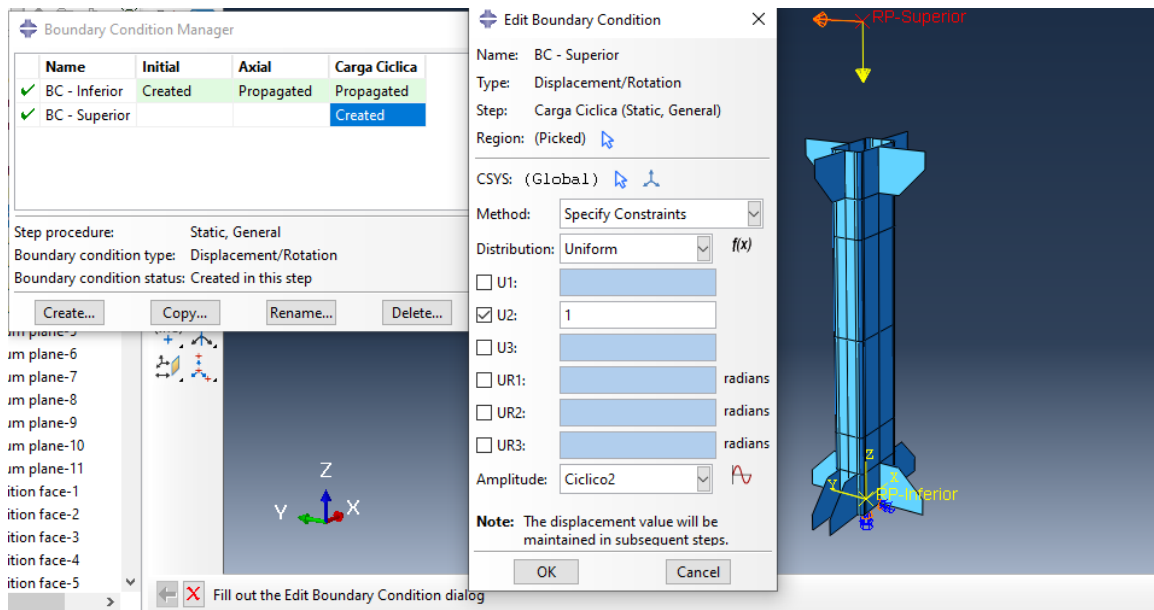


Figura 19. Definición de carga cíclica.

6. Realizar el mallado o “mesh” de la estructura:

Para lograr esto existen muchos criterios y propuestas, sin embargo, esta investigación se basó en las recomendaciones de [1][2][5] puesto que estos autores estudiaron el mismo tipo de elemento de esta investigación.



Figura 20. Mallado del modelo en ABAQUS.

Para finalizar se ejecuta el análisis y se analizan los resultados. De este modelo se pueden extraer datos como los desplazamientos, momentos y la curva histórica de la columna, los cuales servirán para estimar la capacidad de rotación del elemento.

1.5 Estudio paramétrico

Luego de validar el modelo de elementos finitos, es decir, verificar que sus resultados sean consistentes comparados con los ensayos experimentales, se realizará el estudio paramétrico de esta investigación, el cual consiste en analizar aproximadamente 72 modelos de columnas con diferentes dimensiones y espesores, para obtener rangos de variabilidad lo suficientemente amplios que permitan considerar todo el espectro de posibilidades que se pueden dar en nuestro contexto

Este estudio paramétrico se realizará utilizando el programa ABAQUS [9], a través de un código de programación que nos permitirá realizar el análisis de manera automatizada.

Todos los resultados obtenidos serán compilados a través de un código MACROS para Excel, que permitirá automatizar el proceso y poder realizar el análisis de resultados de manera eficiente.

1.6 Marco legal

Puesto que se trata de una investigación de carácter numérico, los procedimientos a seguir en el desarrollo de esta tesis se rigen a lineamientos normativos, tanto a nivel nacional, como internacional. Citando algunos ejemplos, esta investigación tomará como referencia el manual del AISC, mundialmente reconocido para estructuras de acero, así como la norma E.090 actualmente vigente en Perú para este tipo de estructuras.

1.7 Marco teórico

Las suposiciones y bases teóricas seguidas en la presente investigación están basadas en recientes investigaciones realizadas a nivel mundial, lo que supone su validez y concordancia con los resultados que se puedan esperar en la realidad.

CAPÍTULO IV

1. METODOLOGÍA

1.1 Tipo y nivel de investigación

La presente investigación es no experimental y del tipo transversal y correlacional, puesto que se van a correlacionar todas las variables de estudio, para obtener dependencias entre ellas y llegar a una expresión que permita relacionarlas de manera confiable.

1.2 Método de investigación

Esta investigación es de tipo cuantitativa, puesto que las variables se medirán de manera explícita y no indirectamente. La forma de medir las variables de investigación se indica en la matriz de operacionalización de variables.

1.3 Materiales y lugar de ejecución

1.3.1 Lugar

Esta investigación se desarrollará en Arequipa.

1.3.2 Equipos a utilizar

Puesto que se trata de un estudio teórico, se hará uso únicamente de una laptop para poder desarrollar todos los modelos del estudio. Adicionalmente se utilizará un programa de elementos finitos llamado ABAQUS [9] para el modelamiento del comportamiento no lineal de los elementos.

1.4 Muestra de estudio

De acuerdo con los estudios similares realizados en otros países, la muestra utilizada comúnmente es de 50 modelos teóricos, sin embargo, en esta investigación se plantea realizar un estudio paramétrico que contemple la elaboración de 72 modelos para tener un mayor rango de variación y poder plantear expresiones que sean válidas para un mayor espectro de posibilidades.

1.5 Diseño de la investigación

1.5.1 Revisión de la literatura disponible

Para esta investigación primero se recolecto toda la literatura disponible y necesaria donde se analizaron algunos modelos numéricos validados con ensayos experimentales. Se revisaron también investigaciones acerca de la capacidad de rotación con parámetros como la esbeltez. Además de investigaciones para obtener la curva esfuerzo deformación

1.5.2 Validación del modelo numérico

Teniendo toda la información necesaria para este estudio, se tomará como base los ensayos experimentales validados en investigaciones anteriores para aprobar el modelo numérico que será utilizado en esta investigación

1.5.3 Estudio paramétrico

Para el estudio paramétrico, se propondrán columnas de diferentes dimensiones para obtener un total de 80 modelos realizados en el programa ABAQUS [9]. Posteriormente, se utilizará un código en Excel, el cual permitirá analizar resultados de una manera eficiente y sencilla.

1.5.4 Análisis de resultados y propuesta

Para esta propuesta de investigación, se recopilará toda la información de modelos realizados previamente, donde se obtendrá la capacidad de rotación de cada una de las columnas. Posteriormente, se alcanzará una relación entre capacidad de rotación y los diferentes parámetros que puedan afectar a esta, de manera que, esta investigación sirva para predecir una nueva expresión para la capacidad de rotación.

1.6 Diagrama de flujo

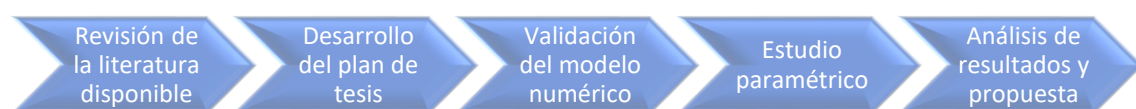


Figura 21. Diagrama de flujo de la investigación.

CAPÍTULO V

1. VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Para obtener resultados acertados con respecto a modelos de elementos finitos, el primer paso a seguir será una comparación entre modelos ensayados experimentalmente y los resultados numéricos. Para esto, se tomarán como base los ensayos realizados por Fang et al. [2].

1.1 Características del modelo ensayado experimentalmente

En estudios anteriores, como el de Fang et al. [2] se realizaron ensayos para validar modelos numéricos donde se utilizaron columnas cortas tanto cuadradas como rectangulares con una longitud de 660mm, rigidizadores de 80mm y una longitud efectiva de 500mm.

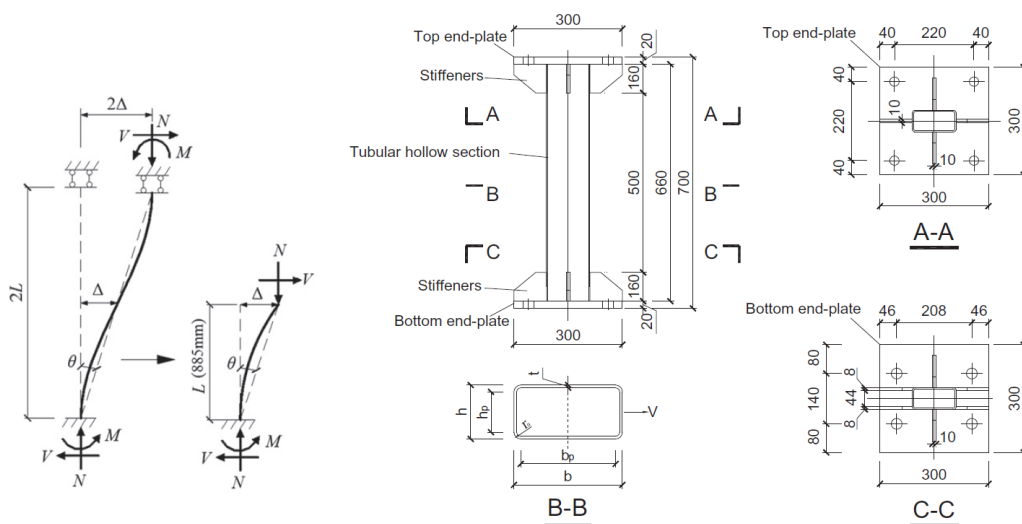


Figura 22. Detalle de columna corta ensayada por [2]

Tabla 2. Especímenes ensayados por [2]

Specimens	b (mm)	h (mm)	t (mm)	ro (mm)	rf (mm)	rw (mm)	n	Bending direction	Section classification
S1-N0.2	120.52	120.24	2.81	7.03	50.10	50.30	0.20	-	Class 4
S1-N0.4	120.52	120.24	2.81	7.03	50.10	50.30	0.40	-	Class 4
R1-N0.2-S	120.29	61.00	2.72	6.80	24.70	55.60	0.20	Strong-axis	Class 1
R1-N0.4-S	120.29	61.00	2.72	6.80	24.70	55.60	0.40	Strong-axis	Class 3
R2-N0.2-S	120.21	60.37	1.80	4.51	39.40	85.40	0.20	Strong-axis	Class 4
R2-N0.4-S	120.21	60.37	1.80	4.51	39.40	85.40	0.40	Strong-axis	Class 4
R1-N0.2-W	61.00	120.29	2.72	6.80	55.60	24.70	0.20	Weak-axis	Class 4
R1-N0.4-W	61.00	120.29	2.72	6.80	55.60	24.70	0.40	Weak-axis	Class 4
R2-N0.2-W	60.37	120.21	1.80	4.51	85.40	39.40	0.20	Weak-axis	Class 4
R2-N0.4-W	60.37	120.21	1.80	4.51	85.40	39.40	0.40	Weak-axis	Class 4

Dentro de los parámetros ensayados en unidades de mm se encuentran las secciones cuadradas S1, y las secciones transversales rectangulares R1 y R2, donde b es la base, h la altura, t el espesor, R el radio y $n = \frac{P}{f_y A}$

En la Figura 23 se detallan las principales dimensiones geométricas para los modelos planteados.

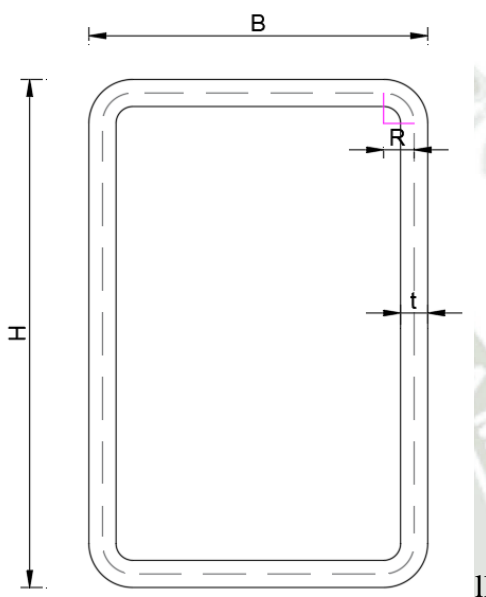


Figura 23. Dimensiones sección hueca

En la Tabla 3 se muestran las propiedades calibradas de los materiales utilizados en los ensayos de [2]

Tabla 3. Propiedades calibradas de los materiales [2]

Section	E_o (GPa)	$\sigma_{0.05}$ (Mpa)	$\sigma_{0.2}$ (Mpa)	$\sigma_{1.0}$ (Mpa)	σ_u (Mpa)	ξ_f (%)	$n_{f0.01}$	$n_{f0.05}$
S1	188.5	310.5	371.12	406.5	851.7	64.6	5.51	7.76
R1	189.9	339.6	426.2	476.8	875.1	55.6	5.01	6.10
R2	190.5	355.7	407.7	445.00	915.7	63.7	5.56	10.15

1.2 Protocolo de carga

Inicialmente, fue aplicada una carga axial de manera monotónica, la cual se mantuvo constante una vez que llegó a su valor óptimo. Luego, se aplicó una carga lateral cíclica para la relación entre el desplazamiento y la altura del espécimen, establecido en ANSI/AISC 314 (2016): 0.375% (6 ciclos), 0.5% (6 ciclos), 0.75% (6 ciclos), 1% (4 ciclos), 1.5% (2 ciclos), 2% (2 ciclos) e incrementos de 1% por cada 2 ciclos de carga [1].

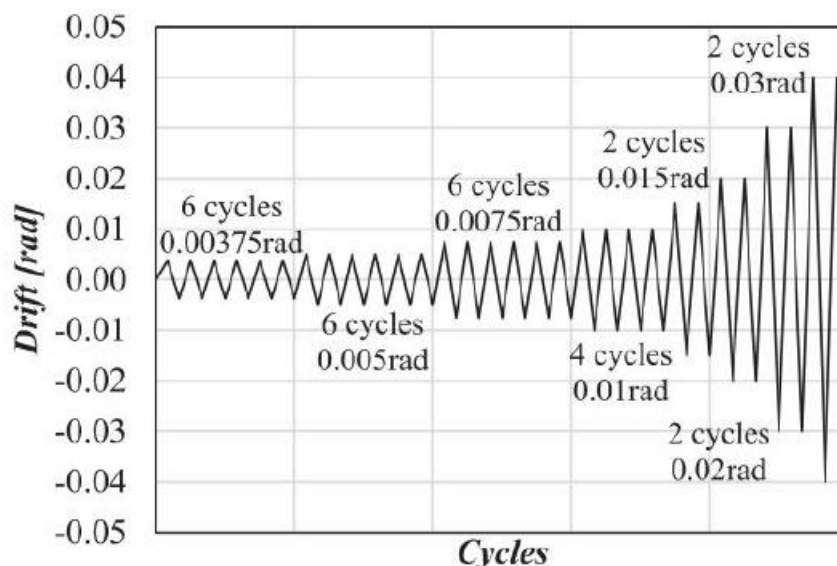


Figura 24. Protocolo de carga descrito en ANSI/AISC 314 para ensayo de especímenes [1]

1.3 Elaboración del modelo numérico

Para la investigación propuesta, se evaluaron los modelos propuestos experimentalmente por Fang et al. [2]. Estos se tomarán como base para los modelos a ensayar con el software de elementos finitos, ABAQUS.

A continuación, se muestran las medidas correspondientes de los especímenes ensayados, estos se diseñaron como columnas cortas a una longitud total de 660mm, la altura de los rigidizadores es de 80mm y la longitud efectiva es de 500mm.

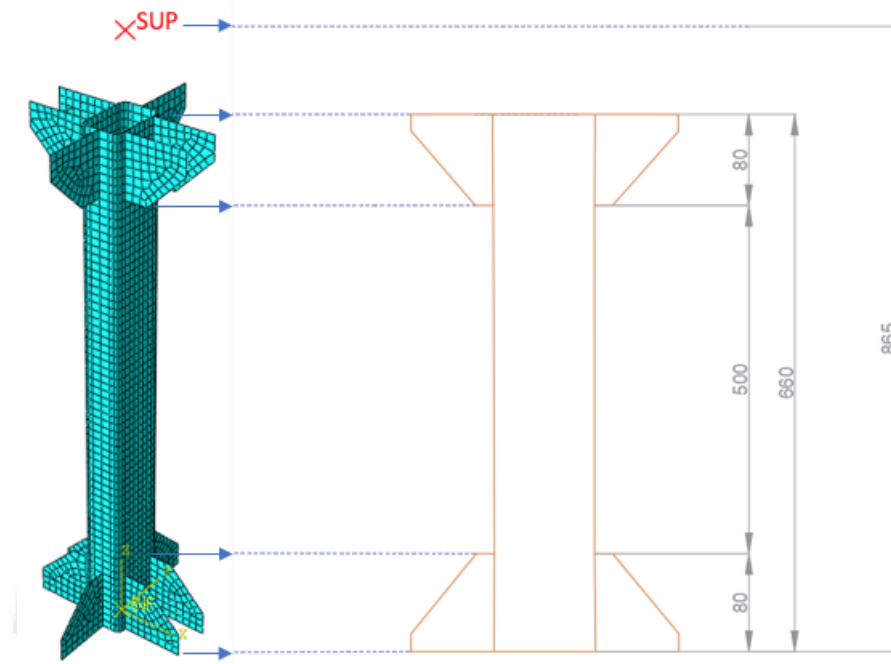


Figura 25. Dimensiones la columna ensayada, medidas en milímetros

Para el modelo se utilizaron elementos de 4 nodos con integración reducida para evitar el bloqueo por cortante. Esto debido a que las recientes investigaciones recomiendan este tipo de elemento, ya que ha demostrado brindar resultados apropiados para estructuras de acero. Es preciso indicar que esta investigación no pretende estudiar los diferentes tipos de elementos finitos ni su impacto en los resultados del análisis, sino que este estudio se basa en experiencias previas de autores especialistas en el tema, cuyos criterios fueron utilizados para obtener resultados y plantear una propuesta.

Respecto al tamaño del elemento, en el estudio de González de León et al. [1] se llevó a cabo un estudio de convergencia de malla donde se concluyó el tamaño ideal del mallado de este modelo, el cual es de 10mm. Este valor fue el utilizado para dicha investigación y también se hizo lo propio en el presente estudio, dado los buenos resultados obtenidos.

Como se puede observar en la siguiente figura, se creó un punto de referencia “SUP” donde se aplicará la carga en el ensayo experimental. Esto para asemejar el modelo al prototipo real ensayado, ya que en el estudio experimental la carga se aplicó en el mismo punto considerado en el modelo de elementos finitos.

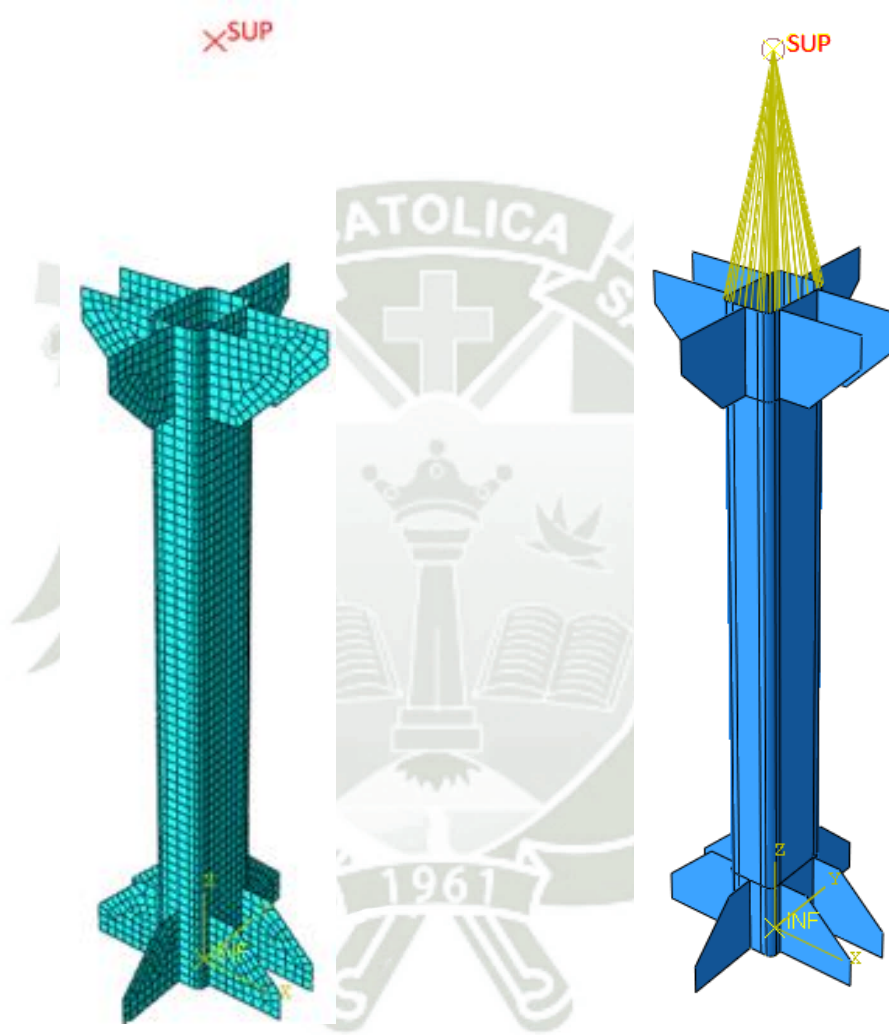


Figura 26. Modelo R1n04W utilizado para la validación de los resultados con elementos finitos.

En la siguiente figura se muestra una comparación entre los resultados experimentales y numéricos de los modelos realizados por [2].

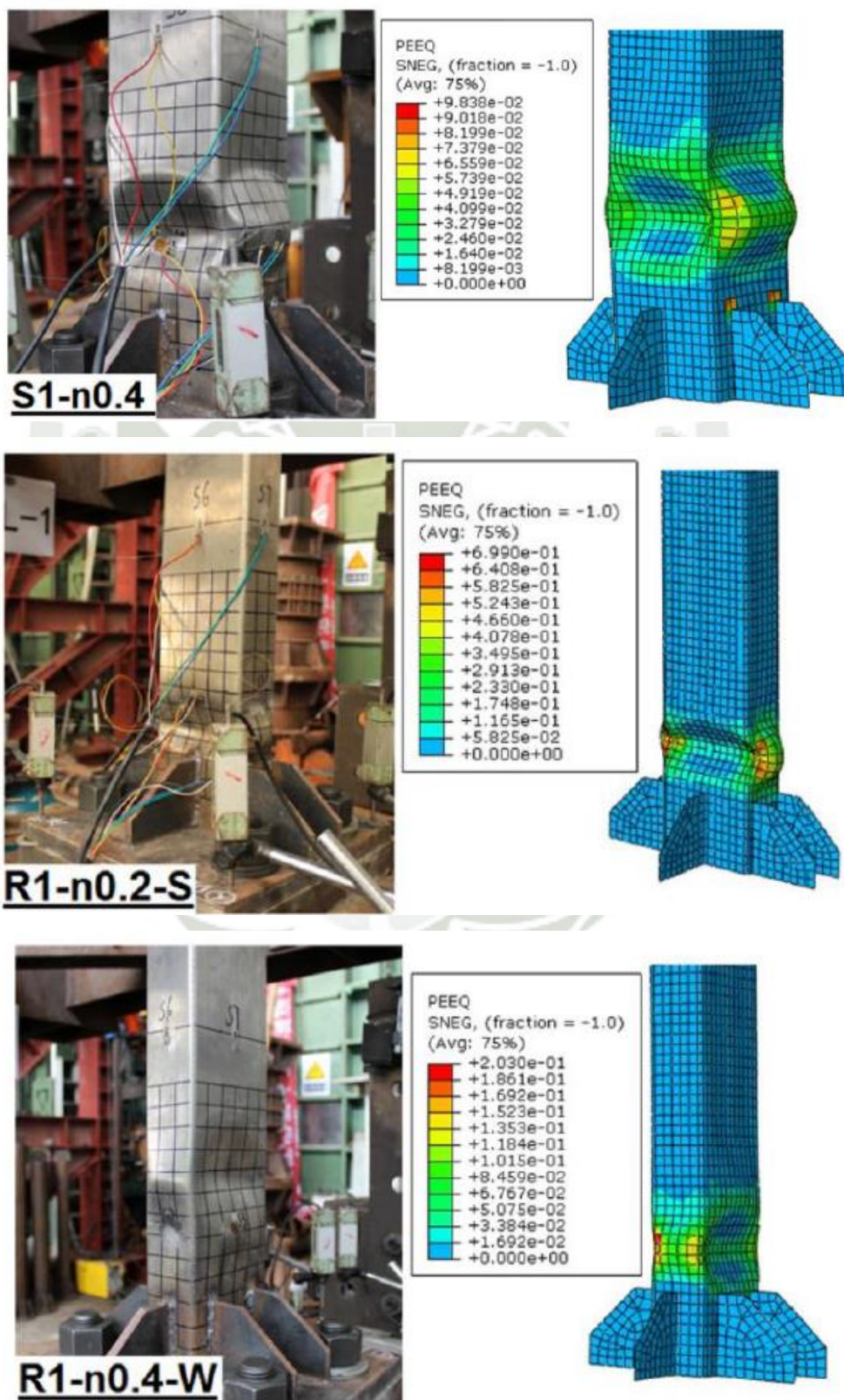


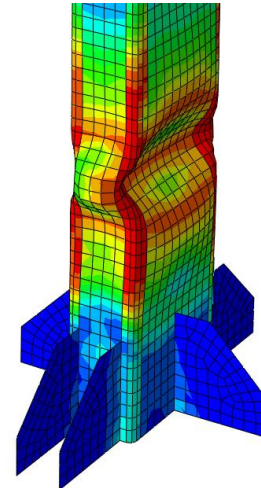
Figura 27. Comparación entre ensayos experimentales y ensayos numéricos realizados por [2]

En la presente investigación, se realizaron también estos modelos para poder verificar los resultados y compararlos con los de [2]. De esta manera, se estará validando el modelo numérico que se utilizará para este estudio.

A continuación, se muestra la comparación del modo de falla de uno de los modelos experimentales con el del modelo numérico realizado en ABAQUS.



Elaborado por Fang et al [2]



Elaboración propia

Figura 28. Comparación entre el modo de falla ensayo experimental R1n0.4W realizado por [2] y un ensayo numérico R1n0.4W propio realizado en el programa ABAQUS.

También es necesario comparar la curva histerética, puesto que a partir de ella se calculará la capacidad de rotación del elemento. En la siguiente figura se muestra la comparación de curvas histeréticas numérica (obtenida del modelo realizado en ABAQUS) y experimental (extraída del estudio de Fang et al [2]).

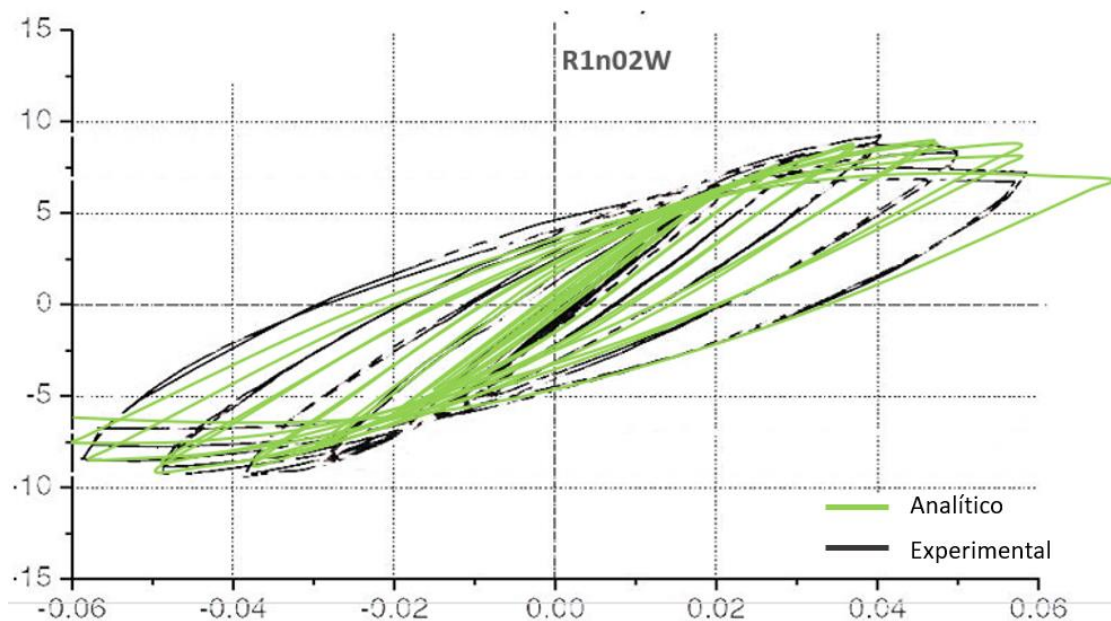


Figura 29. Comparación de curvas histeréticas del modelo R1n02W

Se siguió el mismo procedimiento para otros modelos ensayados por [2] y se muestra la comparación de resultados en la siguiente figura.

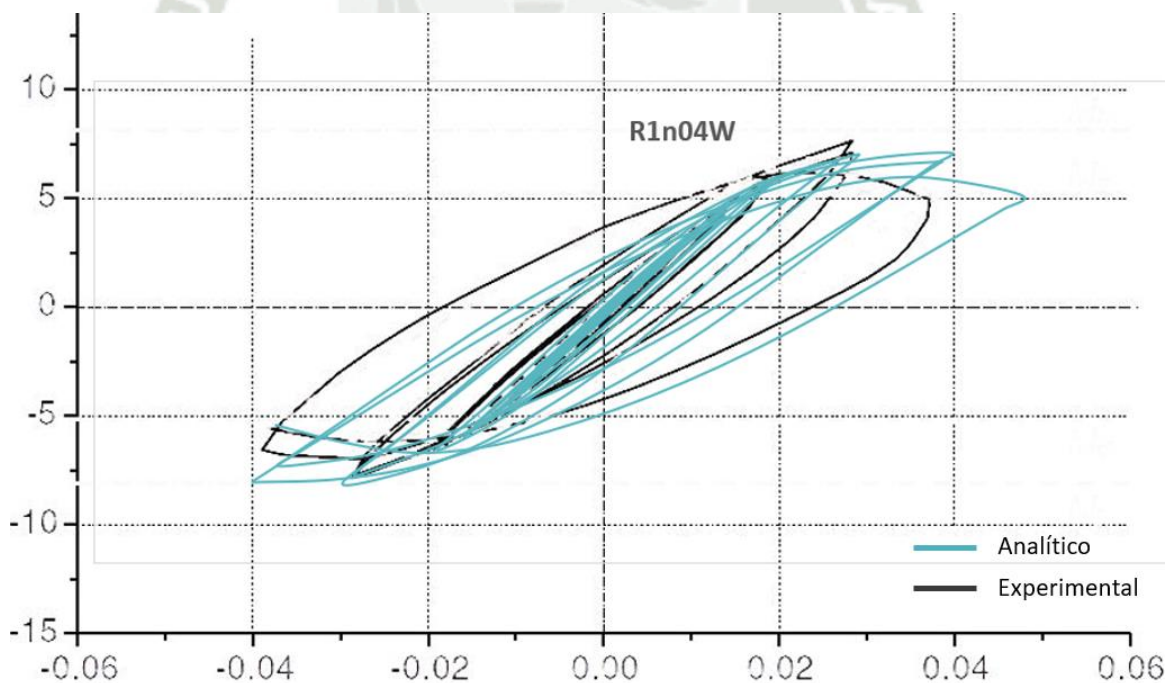


Figura 30: Comparación de curvas histeréticas del modelo R1n04W

Se puede apreciar de las comparaciones realizadas que los resultados numéricos son bastante consistentes con los experimentales, lo que demuestra que el modelo numérico es capaz de captar los modos de falla de estos elementos y que es posible utilizarlo en el estudio paramétrico de esta investigación.

En la investigación de Fang et al. [2] se estudiaron especímenes conformados en frío. Se contó con diferentes propiedades tanto para las esquinas como para las partes planas, donde el material en esquinas debe tener una extensión en $2t$ para acero inoxidable pero el material que se utilizó en la presente investigación es acero al carbono, el cual deberá tener una distancia únicamente de t [1].

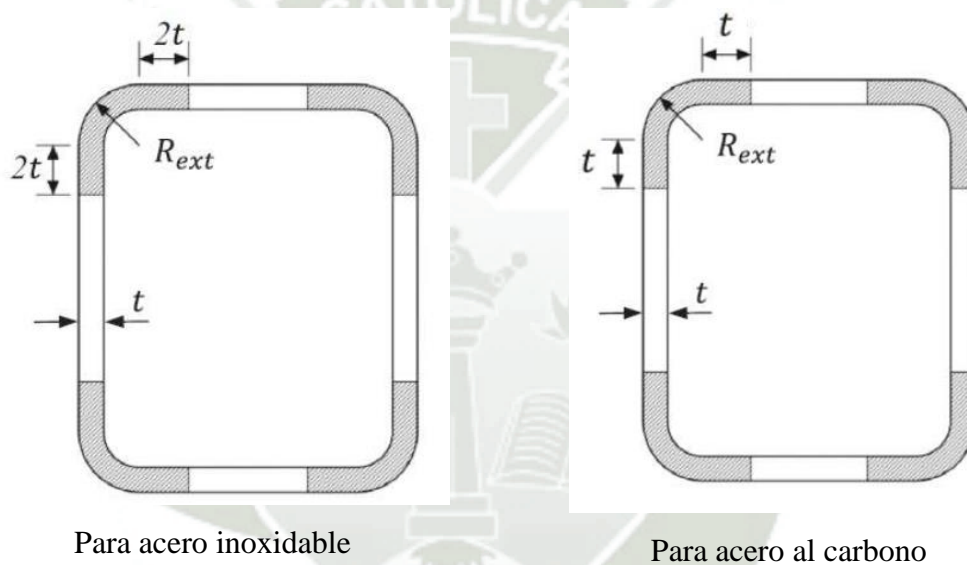
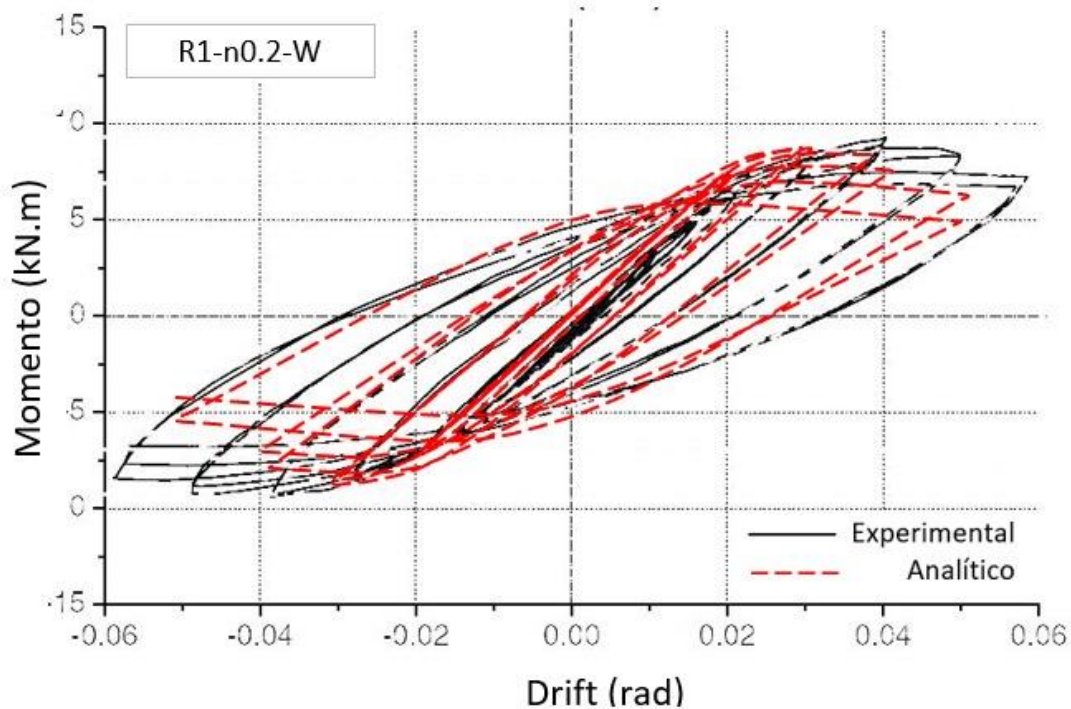
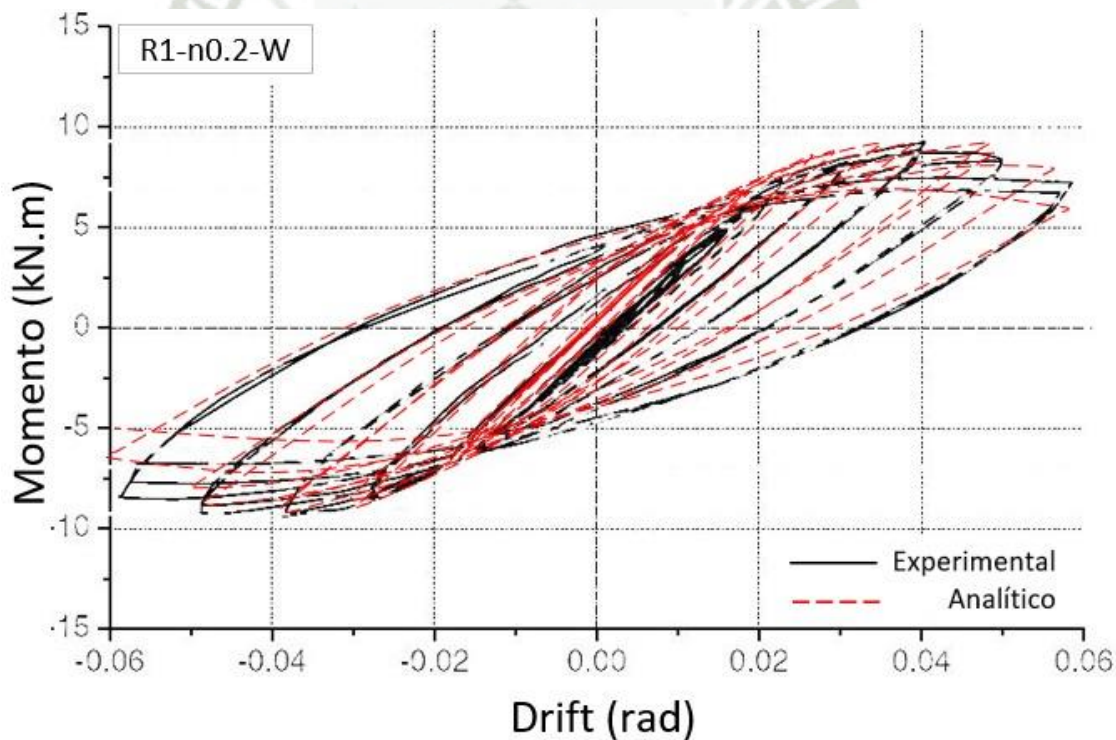


Figura 31. Extensión para definir las esquinas de una sección

Recientemente, Bustamante [5] verificó que el material correspondiente a las esquinas, así como el de la zona plana pueden ponderarse sin alterar drásticamente los resultados (la explicación de cómo aplicar esta técnica se detalla más adelante). Esto significa que no es necesario asignar propiedades separadas a la parte plana y a las esquinas de la sección, sino que se puede obtener un material único que se asignará a toda la sección (sin diferenciar flat de corner), cuyas propiedades se ponderan en función al porcentaje de área que representa la parte plana y las esquinas, respecto al área total de la sección. Puesto que en otras investigaciones [1] y [5] ya se demostró que este criterio es aceptable para este tipo de elementos, se utilizará para el estudio paramétrico de la presente investigación.



Propiedades del material diferenciado para esquinas y parte recta de la sección.



Propiedades combinadas del material.

Figura 32. Comparación de resultados diferenciando materiales en flat y corner y utilizando un material con propiedades combinadas.

En base a los resultados obtenidos por [5], se utilizó en la presente investigación el criterio del material con propiedades ponderadas, puesto que no altera de manera drástica los resultados, sin embargo, reduce notablemente el tiempo de modelamiento. Es preciso indicar que para el modelo de validación si se separaron las propiedades de las esquinas y la zona plana, puesto que la idea de dichos modelos es lograr los resultados más cercanos a los experimentales. Para los modelos que se utilizaron en el estudio paramétrico se consideraron las propiedades ponderadas del material, tal y como lo hicieron González de León et al. [1] y Bustamante [5].



CAPÍTULO VI

1. ESTUDIO PARAMÉTRICO

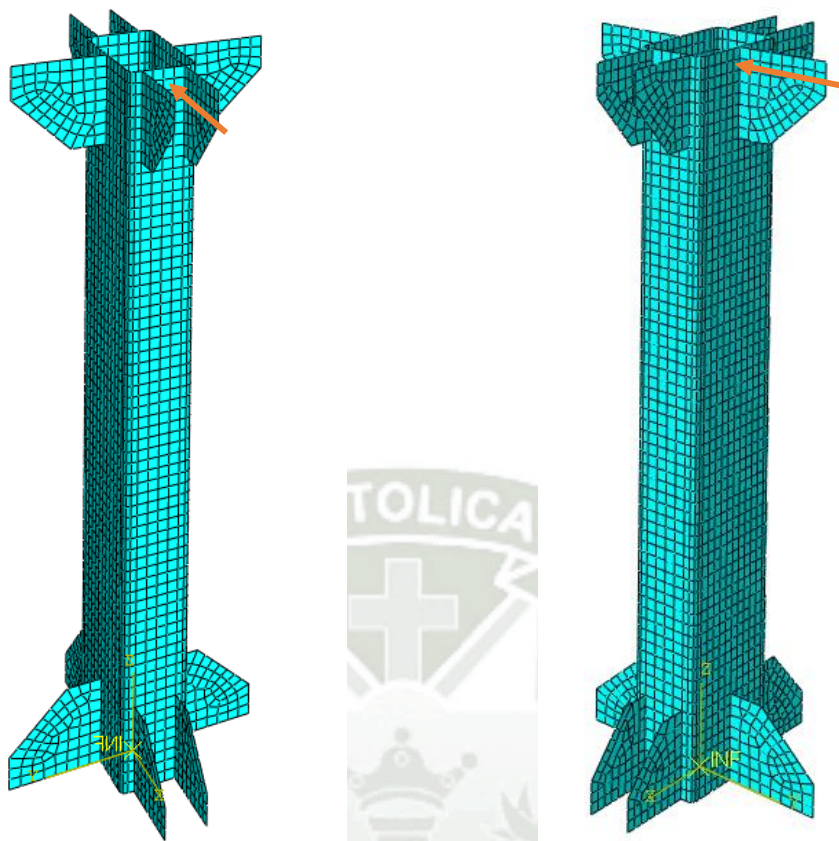
En el presente capítulo se detallará el estudio paramétrico realizado. Este consiste en analizar un número determinado de columnas con distintos espesores y niveles de carga axial, para estudiar cómo varían estos parámetros su capacidad de rotación. Los parámetros propuestos y sus rangos de variación fueron propuestos en base a las investigaciones realizadas por [1] y [5], los cuales se detallan a continuación:

Tabla 4: Parámetros y rangos de variación propuestos para el estudio paramétrico

	SECCIÓN	t	n	N° modelos
S1	50X50	2 - 5	0, 0.2, 0.4, 0.6	16
R1	50X75	3 - 6	0, 0.2, 0.4, 0.6	32
R2	50X100	4 - 6	0, 0.2, 0.4, 0.6	24
				72

Como se puede apreciar en la tabla anterior, se han planteado tres tipos de columnas (S1, R1 y R2), para las cuales se tendrán diferentes espesores t y niveles de carga axial n , donde $n = P / (F_y A)$, donde P es la carga axial actuante en la columna, F_y es el esfuerzo de fluencia del material y A el área de la sección transversal de la columna.

Para los modelos cuadrados S1 se consideraron espesores de 2-5 mm con un nivel de carga axial (n) que varía de 0.2-0.6, obteniendo un resultado de 16 modelos. Para las secciones rectangulares R1, el espesor varía de 3-6 mm, pero el parámetro n se mantiene de 0-0.6. Cabe resaltar que estas secciones deberán analizarse tanto para la dirección del eje fuerte como para la dirección del eje débil, obteniendo entonces 32 muestras. Los modelos analizados en la dirección débil se denotarán con la terminación “_W”, mientras que los modelos en la dirección fuerte con “_S”.



Dirección del eje fuerte

Dirección del eje débil

Figura 33. Secciones analizadas para el eje fuerte y el eje débil.

Finalmente se plantearon secciones R2 rectangulares con espesor de 4-6 mm y n de 0-0.6, que de igual manera se analizaron para el eje fuerte y débil. Para este caso se contará con 24 muestras.

Entonces, en total se plantearon 72 modelos, que es una cantidad adecuada de modelos, tomando en cuenta que es similar a las que se plantearon en los estudios de [1] y [5].

En la siguiente tabla se detallan las principales propiedades geométricas de los modelos planteados para el estudio paramétrico

Tabla 5. Propiedades geométricas de los modelos planteados.

ESTUDIO PARAMETRICO							
N°	MODELO	TIPO	n	t (mm)	B (mm)	H (mm)	R (mm)
1	S1	50x50	0	2	50	50	4
2	S1	50x50	0	3	50	50	4
3	S1	50x50	0	4	50	50	4
4	S1	50x50	0	5	50	50	4
5	S1	50x50	0.2	2	50	50	4
6	S1	50x50	0.2	3	50	50	4
7	S1	50x50	0.2	4	50	50	4
8	S1	50x50	0.2	5	50	50	4
9	S1	50x50	0.4	2	50	50	4
10	S1	50x50	0.4	3	50	50	4
11	S1	50x50	0.4	4	50	50	4
12	S1	50x50	0.4	5	50	50	4
13	S1	50x50	0.6	2	50	50	4
14	S1	50x50	0.6	3	50	50	4
15	S1	50x50	0.6	4	50	50	4
16	S1	50x50	0.6	5	50	50	4
17	R1	50x75_S	0	3	50	75	6.5
18	R1	50x75_S	0	4	50	75	6.5
19	R1	50x75_S	0	5	50	75	6.5
20	R1	50x75_S	0	6	50	75	6.5
21	R1	50x75_S	0.2	3	50	75	6.5
22	R1	50x75_S	0.2	4	50	75	6.5
23	R1	50x75_S	0.2	5	50	75	6.5
24	R1	50x75_S	0.2	6	50	75	6.5
25	R1	50x75_S	0.4	3	50	75	6.5
26	R1	50x75_S	0.4	4	50	75	6.5
27	R1	50x75_S	0.4	5	50	75	6.5
28	R1	50x75_S	0.4	6	50	75	6.5
29	R1	50x75_S	0.6	3	50	75	6.5
30	R1	50x75_S	0.6	4	50	75	6.5
31	R1	50x75_S	0.6	5	50	75	6.5
32	R1	50x75_S	0.6	6	50	75	6.5
33	R1	50x75_W	0	3	75	50	6.5
34	R1	50x75_W	0	4	75	50	6.5
35	R1	50x75_W	0	5	75	50	6.5
36	R1	50x75_W	0	6	75	50	6.5

37	R1	50x75_W	0.2	3	75	50	6.5
38	R1	50x75_W	0.2	4	75	50	6.5
39	R1	50x75_W	0.2	5	75	50	6.5
40	R1	50x75_W	0.2	6	75	50	6.5
41	R1	50x75_W	0.4	3	75	50	6.5
42	R1	50x75_W	0.4	4	75	50	6.5
43	R1	50x75_W	0.4	5	75	50	6.5
44	R1	50x75_W	0.4	6	75	50	6.5
45	R1	50x75_W	0.6	3	75	50	6.5
46	R1	50x75_W	0.6	4	75	50	6.5
47	R1	50x75_W	0.6	5	75	50	6.5
48	R1	50x75_W	0.6	6	75	50	6.5
49	R2	50x100_S	0	4	50	100	7.5
50	R2	50x100_S	0	5	50	100	7.5
51	R2	50x100_S	0	6	50	100	7.5
52	R2	50x100_S	0.2	4	50	100	7.5
53	R2	50x100_S	0.2	5	50	100	7.5
54	R2	50x100_S	0.2	6	50	100	7.5
55	R2	50x100_S	0.4	4	50	100	7.5
56	R2	50x100_S	0.4	5	50	100	7.5
57	R2	50x100_S	0.4	6	50	100	7.5
58	R2	50x100_S	0.6	4	50	100	7.5
59	R2	50x100_S	0.6	5	50	100	7.5
60	R2	50x100_S	0.6	6	50	100	7.5
61	R2	50x100_W	0	4	100	50	7.5
62	R2	50x100_W	0	5	100	50	7.5
63	R2	50x100_W	0	6	100	50	7.5
64	R2	50x100_W	0.2	4	100	50	7.5
65	R2	50x100_W	0.2	5	100	50	7.5
66	R2	50x100_W	0.2	6	100	50	7.5
67	R2	50x100_W	0.4	4	100	50	7.5
68	R2	50x100_W	0.4	5	100	50	7.5
69	R2	50x100_W	0.4	6	100	50	7.5
70	R2	50x100_W	0.6	4	100	50	7.5
71	R2	50x100_W	0.6	5	100	50	7.5
72	R2	50x100_W	0.6	6	100	50	7.5

Para llevar a cabo el análisis de los 72 modelos planteados, se hizo uso de un código de programación. Se detalla a continuación, de forma general, el código utilizado para ejecutar el estudio paramétrico.

```

** PARAMETER DEFINITION **
*****
*PARAMETER
*****
*** CROSS-SECTION PARAMETERS ***
*****
t = 3 # from study 'M50x50'
pf=      0.87-0.083*t
pc=      1-pf
**
    
```

Figura 34. Definición de porcentajes de flat y corner de cada sección.

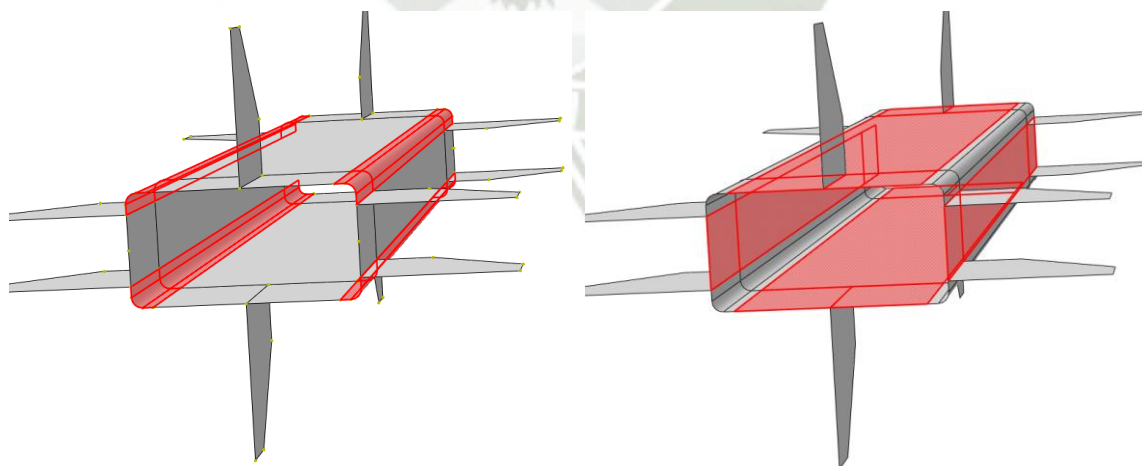
Para la definición de los parámetros se optó por nuevas referencias para diferenciar valores tanto como las secciones planas como para las esquinas, las cuales se especificarán a continuación.

pf representa el área de la parte plana de la sección, en relación al área total de dicha sección. La fórmula utilizada para las secciones de 50x50 será la siguiente:

$$pf = 0.87 - 0.083 * t \quad \text{Ec. 17}$$

Es preciso indicar que pf dependerá del espesor de la sección, y como este es variable, se deja la expresión en función de dicho parámetro. Bajo el mismo criterio, se obtiene pc que es el área de las esquinas (corners) respecto al área total de la sección.

$$pc = 1 - pf \quad \text{Ec. 18}$$



pc : porcentaje para esquinas (corner)

pf : porcentaje para partes planas (flat)

Figura 35: Definición de los parámetros pc y pf

Luego de tener los valores de pf y pc se procede a definir las propiedades del material a utilizar.

```
*****
***** MATERIAL PARAMETERS *****
*****
E=      196132.272      #Young's modulus
fyf=    248.107324     #yield stress
nf=     7.6           #strain hardening parameter (flat)
nc=     7             #strain hardening parameter (corner)
mf=     3.8           #strain hardening parameter (flat)
mc=     4.2           #strain hardening parameter (corner)
fuf=    348.491407    #ultimate strength
E02f=   15068.7716
euf=0.172831952
**
```

Figura 36. Fórmulas utilizadas para partes planas

f_yf representa el esfuerzo de fluencia del material para la zona plana, mientras que f_{uf} será el esfuerzo último del material para la zona plana. Estos valores se mantienen constantes para todos los modelos.

Los valores n_f , m_f , n_c y m_c representan los valores de los parámetros “n” y “m” para la parte plana de la sección (f) y las esquinas (c), respectivamente. Es preciso recordar que estos parámetros se obtienen del modelo propuesto en [4].

Tabla 6: Especímenes establecidos para esquinas y partes planas [4]

	<i>N</i>	<i>M</i>
FLAT COUPONS	7.6	3.8
<i>Corner coupons</i>	7	4.2

Se procede ahora a definir las propiedades de material para las esquinas, basadas en las propuestas de [4].

```
*****
***** Definition of material data *****
*****
**
BC=3.69*(fuf/fyf)-0.819*((fuf/fyf)**2)-1.79
Alfa=0.201683092
fyc=BC*fyf/((4/t)**Alfa)
fuc=(1+((130/fyc)**1.4))*fyc
E02c=E/(1+0.002*nc*E/fyc)
euc=0.6*(1-fyc/fuc)
*****
```

Figura 37. Fórmulas utilizadas para esquinas

Para obtener las propiedades del material de las esquinas, se parte de las propiedades del material de la zona plana, y estas se modifican de acuerdo con las siguientes expresiones (basadas en la propuesta de [6]):

$$f_{y,c} = \frac{B_c * f_y}{(r_i/t)^\alpha} \quad \text{Ec. 19}$$

$$B_c = 3.69 * \left(\frac{f_{uf}}{f_{yf}}\right) - 0.819 * \left(\left(\frac{f_{uf}}{f_{yf}}\right)^2\right) - 1.79 \quad \text{Ec. 20}$$

El valor de α es una constante propuesta por [4] y su valor es:

$$\alpha = 0.201683092$$

r_i es el radio de la esquina de la sección (aclarar qué radio es) y t es el espesor de la sección. Con estos valores definidos, se obtiene f_{yc} y posteriormente f_{uc} , que representan el esfuerzo de fluencia y esfuerzo último, respectivamente, en las esquinas.

$$f_{yc} = BC * \frac{f_{yf}}{\left[\left(\frac{t}{t}\right)^\alpha\right]} \quad \text{Esfuerzo de fluencia (esquinas) Ec. 21}$$

$$f_{uc} = 1 + \left[\left(\frac{130}{f_{yc}}\right)^{1.4}\right] * f_{yc} \quad \text{Esfuerzo último (esquinas) Ec. 22}$$

Luego de obtener las propiedades del material para la parte plana y esquinas, se procede a combinarlas (obtener las propiedades ponderadas del material) en función a p_c y p_f . En la siguiente figura se muestran las expresiones utilizadas en el código para realizar esta combinación.

```
*****
*****  Propiedades combinadas del mat*****
*****
**
fy=(pf*fyf)+(pc*fyc)
fu=(pf*fuf)+(pc*fuc)
E02=(pf*E02f)+(pc*E02c)
eu=(pf*eu f)+(pc*eu c)
n=(pf*nf)+(pc*nc)
m=(pf*mf)+(pc*mc)
epsilon02=(fy/E)+0.002
Ds=(fu-fy)/20.0
**
```

Figura 38. Fórmulas combinadas

A grandes rasgos, como se muestra en la figura anterior, este fue el código utilizado para la creación de forma automatizada de los modelos que posteriormente se usaron para el estudio paramétrico. Con este código, el programa será capaz de determinar, de manera automática, las propiedades de los materiales para cada uno de los 72 modelos planteados, logrando optimizar el tiempo de manera notable.

1.1 Cálculo de la inercia

Un parámetro necesario para poder obtener la capacidad de rotación de un elemento de acero es conocer su inercia. A continuación, se muestra detalladamente el procedimiento realizado para calcular la inercia de las secciones 1 (parte plana horizontal), 2 (parte plana vertical) y 3 (esquinas).

El procedimiento consiste básicamente en obtener la inercia de cada porción de la sección y luego trasladarla al centroide de la sección compuesta, utilizando el Teorema de Steiner.

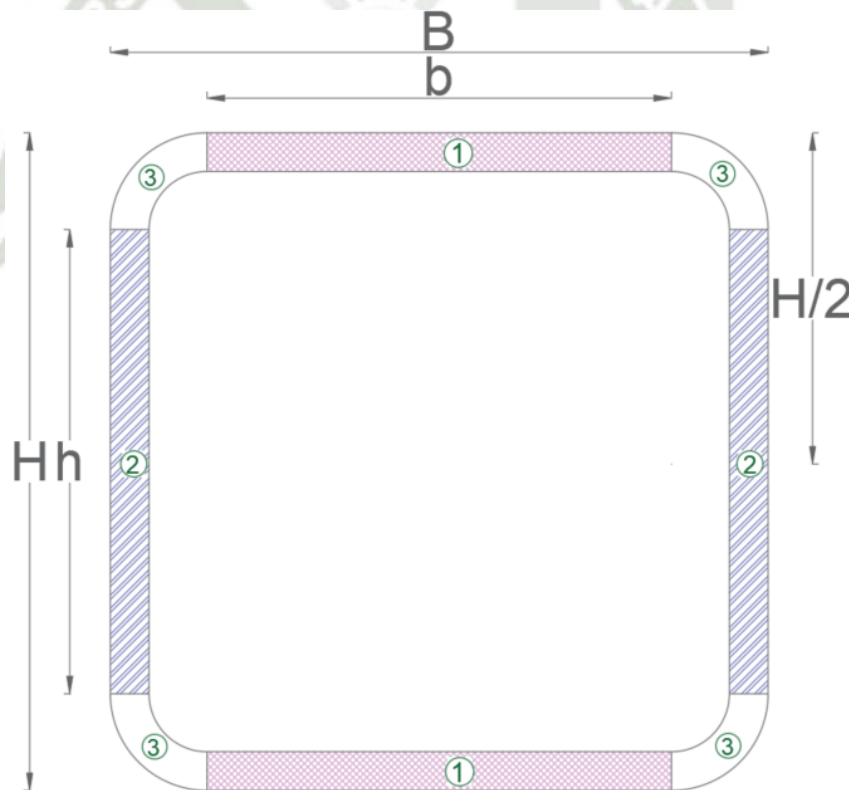


Figura 39. Medidas de la sección tubular hueca.

Se detallarán seguidamente los pasos del procedimiento utilizado para el cálculo de la inercia.

Inercia sección 1 (parte plana horizontal)

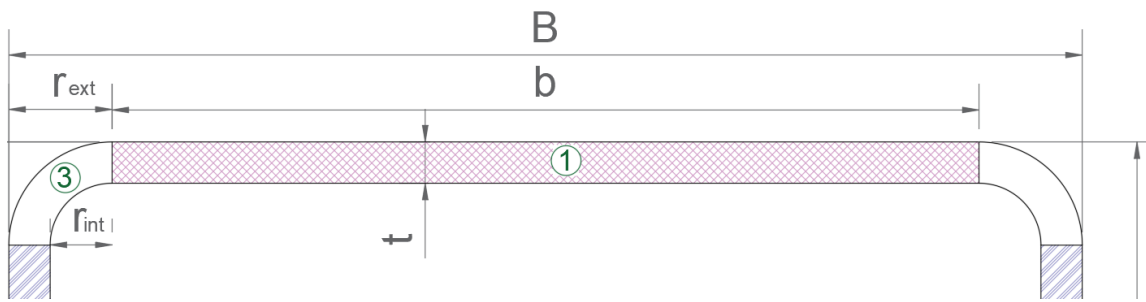


Figura 40. Detalle sección 1

Para la sección 1 se utilizaron las siguientes fórmulas. Estas se aplican tanto para la sección superior, como para la sección inferior, puesto que son idénticas.

$$I_{x_{G1}} = \frac{b(t)^3}{12} \quad \text{Ec. 23}$$

$$I_{x_1} = I_{x_{G1}} + Ad^2 \quad \text{Ec. 24}$$

La distancia “d” en este caso es aquella que existe entre el centroide de la sección 1 y el centroide de la sección transversal de la columna.

Inercia sección 2

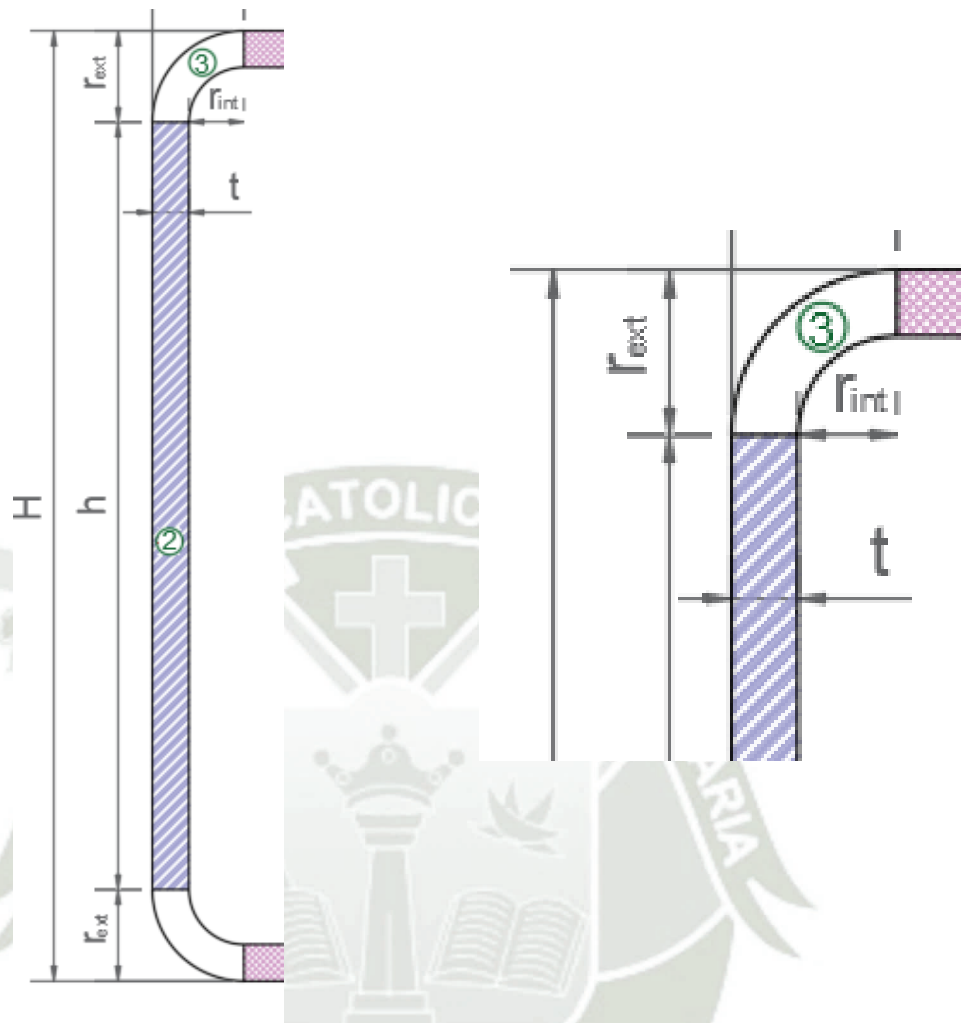


Figura 41. Detalle sección 2

Para la sección 2 se utilizará la siguiente fórmula. Tanto para la sección izquierda como la sección derecha se tomarán los mismos valores, puesto que son idénticas.

$$Ix_2 = Ix_{G2} = \frac{t(h)^3}{12} \quad \text{Ec. 25}$$

Inercia sección 3

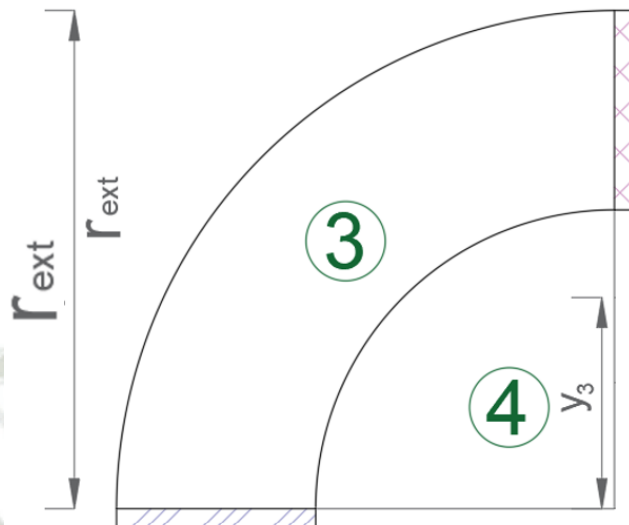


Figura 42. Detalle sección 3

Para la sección 3 se utilizaron las siguientes fórmulas.

$$Ix_{G3} = 0.0549(r_{ext})^2 \quad \text{Ec. 26}$$

$$\bar{y}_3 = \frac{4(r_{ext})}{3\pi} \quad \text{Ec. 27}$$

$$Ix_3 = Ix_{G3} + Ad^2 \quad \text{Ec. 28}$$

$$Ix_3 = Ix_{G3} + \left(\frac{\pi * (r_{ext})^2}{4} \right) * \left(\frac{h}{2} + y_3 \right)^2 \quad \text{Ec. 29}$$

Inercia sección 4

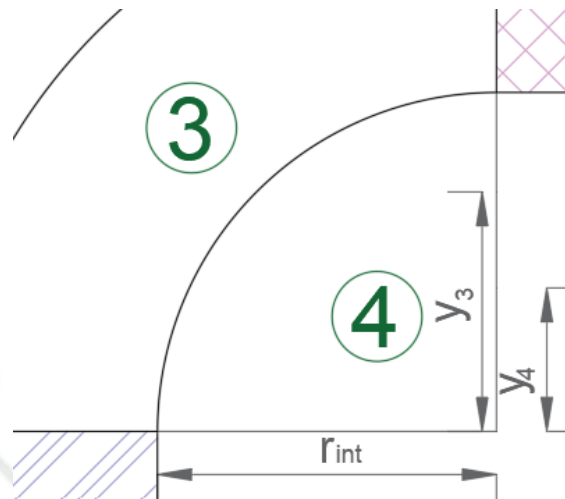


Figura 43. Detalle sección 4.

Para la sección 4 se utilizarán las siguientes fórmulas.

$$Ix_{G4} = 0.0549(r_{int})^2 \quad \text{Ec. 30}$$

$$\bar{y}_4 = \frac{4(r_{int})}{3\pi} \quad \text{Ec. 31}$$

$$Ix_4 = Ix_{G4} + Ad^2 \quad \text{Ec. 32}$$

$$Ix_4 = Ix_{G4} + \left(\frac{\pi * (r_{ext})^2}{4} \right) * \left(\frac{h}{2} + y_4 \right)^2 \quad \text{Ec. 33}$$

Obtenidas, de manera independiente, las inercias de cada pequeña sección, se procede a obtener la inercia total de toda la sección de columna.

$$Ix = Ix_1 + Ix_2 + Ix_3 - Ix_4 \quad \text{Ec. 34}$$

$$Iy = Iy_1 + Iy_2 + Iy_3 - Iy_4 \quad \text{Ec. 35}$$

A continuación, se resumen en la tabla siguiente las inercias obtenidas para cada modelo utilizado en el estudio paramétrico.

Tabla 7. Inercias dirección fuerte y débil modelos 50x50

<i>Modelo</i>	<i>I_x (cm⁴)</i>	<i>I_y (cm⁴)</i>
	<i>Dirección fuerte</i>	<i>Dirección débil</i>
50x50_0M1	15.78343812	15.78343812
50x50_02M1	15.78343812	15.78343812
50x50_04M1	15.78343812	15.78343812
50x50_06M1	15.78343812	15.78343812
50x50_0M2	23.71137008	23.71137008
50x50_02M2	23.71137008	23.71137008
50x50_04M2	23.71137008	23.71137008
50x50_06M2	23.71137008	23.71137008
50x50_0M3	31.68275754	31.68275754
50x50_02M3	31.68275754	31.68275754
50x50_04M3	31.68275754	31.68275754
50x50_06M3	31.68275754	31.68275754
50x50_0M4	31.68275754	31.68275754
50x50_02M4	39.71208564	39.71208564
50x50_04M4	39.71208564	39.71208564
50x50_06M4	39.71208564	39.71208564

Tabla 8. Inercias dirección fuerte y débil modelos 50x75

<i>Modelo</i>	<i>I_x (cm⁴)</i>	<i>I_y (cm⁴)</i>
	<i>Dirección fuerte</i>	<i>Dirección débil</i>
50x75_0M1	32.18571091	58.39801669
50x75_02M1	32.18571091	58.39801669
50x75_04M1	32.18571091	58.39801669
50x75_06M1	32.18571091	58.39801669
50x75_0M2	42.9920437	77.9534514
50x75_02M2	42.9920437	77.9534514
50x75_04M2	42.9920437	77.9534514
50x75_06M2	42.9920437	77.9534514
50x75_0M3	42.9920437	77.9534514
50x75_02M3	53.86503004	97.58553966
50x75_04M3	53.86503004	97.58553966
50x75_06M3	53.86503004	97.58553966
50x75_0M4	53.86503004	97.58553966
50x75_02M4	64.82133332	117.3134449
50x75_04M4	64.82133332	117.3134449
50x75_06M4	64.82133332	117.3134449

Tabla 9. Inercias dirección fuerte y débil modelos 50x100

<i>Modelo</i>	<i>I_x (cm⁴)</i> <i>Dirección fuerte</i>	<i>I_y (cm⁴)</i> <i>Dirección débil</i>
50x100_0M1S	153.4252488	55.01424827
50x100_02M1S	153.4252488	55.01424827
50x100_04M1S	153.4252488	55.01424827
50x100_06M1S	153.4252488	55.01424827
50x100_0M2S	191.9618211	68.91057044
50x100_02M2S	191.9618211	68.91057044
50x100_04M2S	191.9618211	68.91057044
50x100_06M2S	191.9618211	68.91057044
50x100_0M3S	191.9618211	68.91057044
50x100_02M3S	230.6185668	82.90206599
50x100_04M3S	230.6185668	82.90206599
50x100_06M3S	230.6185668	82.90206599
50x100_06M3S	230.6185668	82.90206599

1.2 Cálculo del momento plástico

Para poder obtener la capacidad de rotación, también es necesario calcular previamente el momento plástico de la sección, puesto que este define el valor de la rotación de fluencia y la rotación última de la sección. Para hallar el Momento Plástico de la sección tubular hueca, se realizó el siguiente análisis, el cual se replicó al resto de modelos.

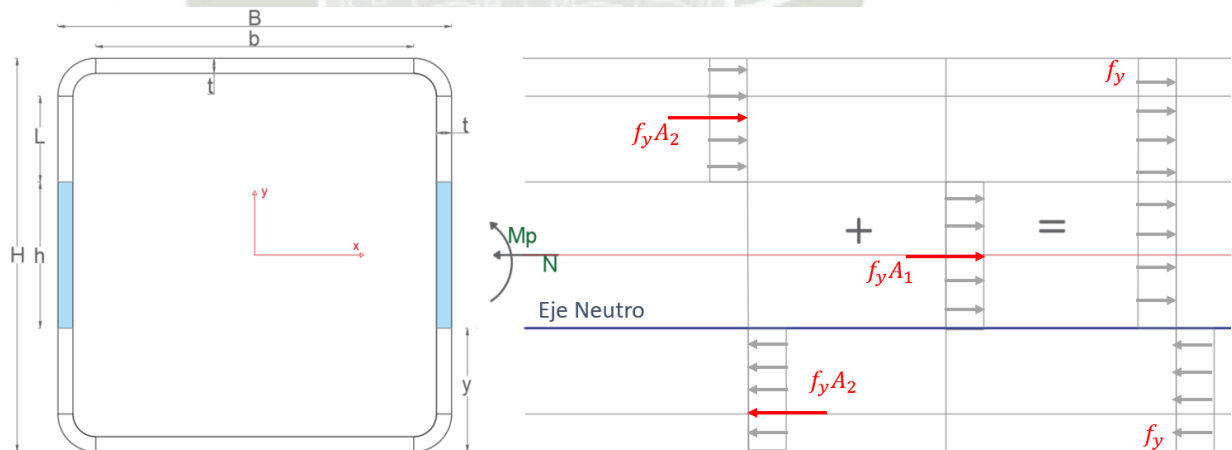


Figura 44. Diagrama para hallar el momento plástico

Primero, se debe hallar la fuerza “N”, que es la fuerza axial con la siguiente fórmula.

$$N = nAf_y \quad \text{Ec. 36}$$

Donde n representa el nivel de carga axial, cuyos valores ya fueron definidos al inicio del estudio paramétrico. A es el área de la sección transversal y f_y es el esfuerzo de fluencia del material combinado.

Una vez calculada la fuerza “N”, se realiza una sumatoria de fuerzas para así poder hallar “ A_1 ”, que es el área de la sección transversal que está sometida únicamente a esfuerzo axial.

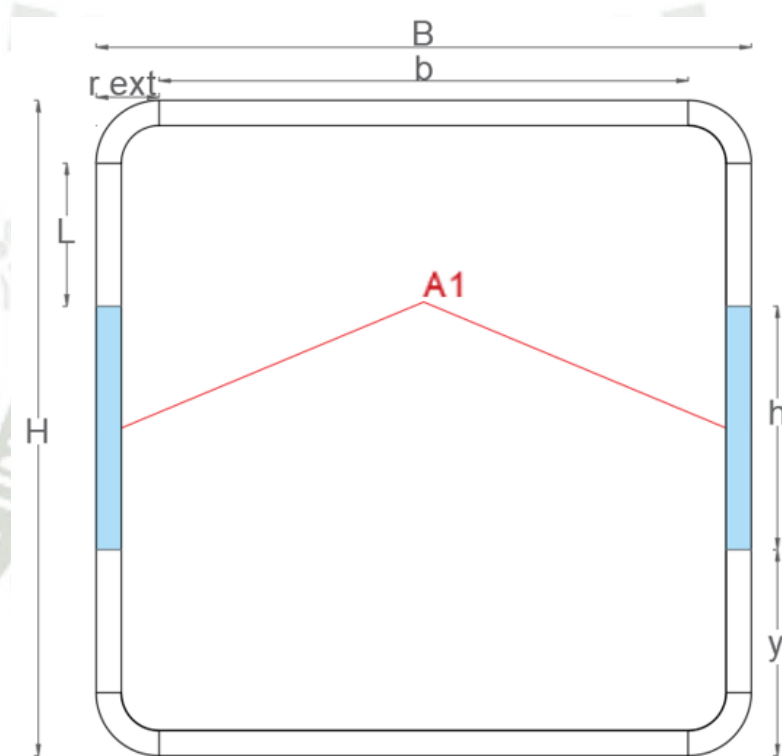


Figura 45. Definición de A_1

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0 \\ f_y A_1 &= N \\ A_1 &= N/f_y \end{aligned}$$

Ec. 37

Posteriormente se debe hallar el valor de “ A_2 ”, que es el área de la sección transversal que está sometida únicamente a esfuerzos de flexión.

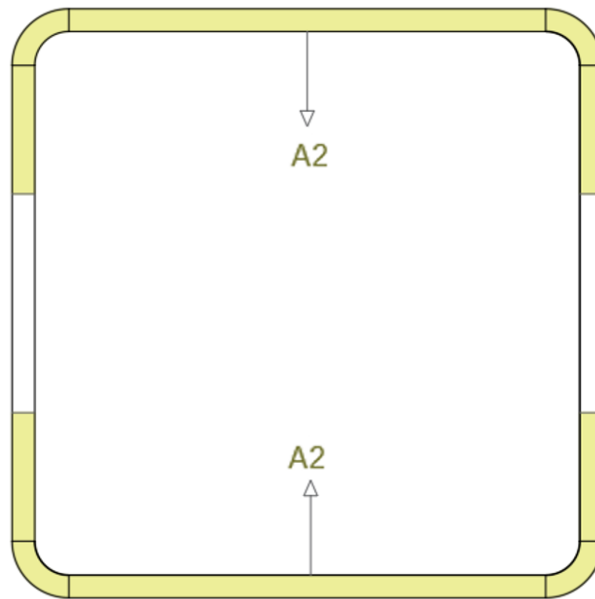


Figura 46. Definición de A2

$$A_t = A_1 + 2(A_2) \quad \text{Ec. 38}$$

$$A_2 = \frac{A_t - A_1}{2} \quad \text{Ec. 39}$$

A_t es el área total de la sección transversal.

Una vez obtenido el valor del " A_1 " se puede hallar el valor de " h " (Figura 45)

$$A_1 = t * h * 2$$

$$h = \frac{A_1}{2t} \quad \text{Ec. 40}$$

Con el resultado anterior y " H " se podrá hallar el valor de " y " (Figura 45).

$$\frac{H}{2} = \frac{h}{2} + y$$

$$y = \frac{H}{2} - \frac{h}{2} \quad \text{Ec. 41}$$

Finalmente se hallará el valor de " L " (Figura 45) con los resultados obtenidos de valores anteriores.

$$L = H - r_{ext} - h - y \quad \text{Ec. 42}$$

El cálculo de los parámetros detallados anteriormente se resume en la tabla que se muestra a continuación:

Tabla 10. Cálculo de parámetros para hallar el momento plástico

Modelo	N	A1	A2	h	y	L
50x50_0M1	0.00	0.000	1.931	0.000	2.600	2.100
50x50_02M1	2269.98	0.773	1.545	1.931	1.634	1.134
50x50_04M1	4539.97	1.545	1.159	3.863	0.669	0.169
50x50_06M1	6809.95	2.318	0.773	5.794	-0.297	-0.797
50x50_0M2	0.00	0.000	2.897	0.000	2.650	2.100
50x50_02M2	3683.98	1.159	2.318	1.931	1.684	1.134
50x50_04M2	7367.96	2.318	1.738	3.863	0.719	0.169
50x50_06M2	11051.94	3.476	1.159	5.794	-0.247	-0.797
50x50_0M3	0.00	0.000	3.863	0.000	2.700	2.100
50x50_02M3	5312.54	1.545	3.090	1.931	1.734	1.134
50x50_04M3	10625.08	3.090	2.318	3.863	0.769	0.169
50x50_06M3	15937.62	4.635	1.545	5.794	-0.197	-0.797
50x50_0M4	0.00	0.000	4.828	0.000	2.750	2.100
50x50_02M4	7173.72	1.931	3.863	1.931	1.784	1.134
50x50_04M4	14347.43	3.863	2.897	3.863	0.819	0.169
50x50_06M4	21521.15	5.794	1.931	5.794	-0.147	-0.797
50x75_0M1S	0.00	0.000	3.583	0.000	2.650	1.850
50x75_02M1S	4327.70	1.433	2.866	2.388	1.456	0.656
50x75_04M1S	8655.40	2.866	2.150	4.777	0.262	-0.538
50x75_06M1S	12983.10	4.299	1.433	7.165	-0.933	-1.733
50x75_0M2S	0.00	0.000	4.777	0.000	2.700	1.850
50x75_02M2S	6131.64	1.911	3.821	2.388	1.506	0.656
50x75_04M2S	12263.27	3.821	2.866	4.777	0.312	-0.538
50x75_06M2S	18394.91	5.732	1.911	7.165	-0.883	-1.733
50x75_0M3S	0.00	0.000	5.971	0.000	2.750	1.850
50x75_02M3S	8138.87	2.388	4.777	2.388	1.556	0.656
50x75_04M3S	16277.75	4.777	3.583	4.777	0.362	-0.538
50x75_06M3S	24416.62	7.165	2.388	7.165	-0.833	-1.733
50x75_0M4S	0.00	0.000	7.165	0.000	2.800	1.850
50x75_02M4S	10362.04	2.866	5.732	2.388	1.606	0.656
50x75_04M4S	20724.08	5.732	4.299	4.777	0.412	-0.538
50x75_06M4S	31086.12	8.598	2.866	7.165	-0.783	-1.733
50x75_0M1W	0.00	0.000	3.583	0.000	3.900	3.100
50x75_02M1W	4327.70	1.433	2.866	2.388	2.706	1.906
50x75_04M1W	8655.40	2.866	2.150	4.777	1.512	0.712
50x75_06M1W	12983.10	4.299	1.433	7.165	0.317	-0.483
50x75_0M2W	0.00	0.000	4.777	0.000	3.950	3.100
50x75_02M2W	6131.64	1.911	3.821	2.388	2.756	1.906
50x75_04M2W	12263.27	3.821	2.866	4.777	1.562	0.712
50x75_06M2W	18394.91	5.732	1.911	7.165	0.367	-0.483

50x75_0M3W	0.00	0.000	5.971	0.000	4.000	3.100
50x75_02M3W	8138.87	2.388	4.777	2.388	2.806	1.906
50x75_04M3W	16277.75	4.777	3.583	4.777	1.612	0.712
50x75_06M3W	24416.62	7.165	2.388	7.165	0.417	-0.483
50x75_0M4W	0.00	0.000	7.165	0.000	4.050	3.100
50x75_02M4W	10362.04	2.866	5.732	2.388	2.856	1.906
50x75_04M4W	20724.08	5.732	4.299	4.777	1.662	0.712
50x75_06M4W	31086.12	8.598	2.866	7.165	0.467	-0.483
50x100_0M1S	0.00	0.000	5.742	0.000	5.200	4.250
50x100_02M1S	7083.33	2.297	4.594	2.871	3.764	2.814
50x100_04M1S	14166.65	4.594	3.445	5.742	2.329	1.379
50x100_06M1S	21249.98	6.891	2.297	8.614	0.893	-0.057
50x100_0M2S	0.00	0.000	7.178	0.000	5.250	4.250
50x100_02M2S	9316.14	2.871	5.742	2.871	3.814	2.814
50x100_04M2S	18632.27	5.742	4.307	5.742	2.379	1.379
50x100_06M2S	27948.41	8.614	2.871	8.614	0.943	-0.057
50x100_0M3S	0.00	0.000	8.614	0.000	5.300	4.250
50x100_02M3S	11757.43	3.445	6.891	2.871	3.864	2.814
50x100_04M3S	23514.87	6.891	5.168	5.742	2.429	1.379
50x100_06M3S	35272.30	10.336	3.445	8.614	0.993	-0.057
50x100_0M1W	0.00	0.000	5.742	0.000	2.700	1.750
50x100_02M1W	7083.33	2.297	4.594	2.871	1.264	0.314
50x100_04M1W	14166.65	4.594	3.445	5.742	-0.171	-1.121
50x100_06M1W	21249.98	6.891	2.297	8.614	-1.607	-2.557
50x100_0M2W	0.00	0.000	7.178	0.000	2.750	1.750
50x100_02M2W	9316.14	2.871	5.742	2.871	1.314	0.314
50x100_04M2W	18632.27	5.742	4.307	5.742	-0.121	-1.121
50x100_06M2W	27948.41	8.614	2.871	8.614	-1.557	-2.557
50x100_0M3W	0.00	0.000	8.614	0.000	2.800	1.750
50x100_02M3W	11757.43	3.445	6.891	2.871	1.364	0.314
50x100_04M3W	23514.87	6.891	5.168	5.742	-0.071	-1.121
50x100_06M3W	35272.30	10.336	3.445	8.614	-1.507	-2.557

Posteriormente se deberá hallar “Z”, que define la ubicación del centroide de A2. Para hallar este parámetro, se utilizó la siguiente fórmula:

$$Z = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} \quad \text{Ec. 43}$$

$$z_1 = \left[\frac{(L * t) * (L/2)}{A_3} \right] * 2 \quad \text{Ec. 44}$$

$$z_2 = \left[\frac{\left(\frac{\pi(r_{ext}^2)}{4} \right) * \left(L + \frac{4(r_{ext})}{3\pi} \right) - \left(\frac{\pi(r_{int}^2)}{4} \right) * \left(L + \frac{4(r_{int})}{3\pi} \right)}{A_3} \right] * 2 \quad \text{Ec. 45}$$

$$z_3 = \left[\frac{(b * t)(L + r_{ext} - (r_{ext}/2))}{A_3} \right] \quad \text{Ec. 46}$$

$$Z = z_1 + z_2 + z_3 \quad \text{Ec. 47}$$

z_1 ; z_2 y z_3 se definen en la siguiente figura

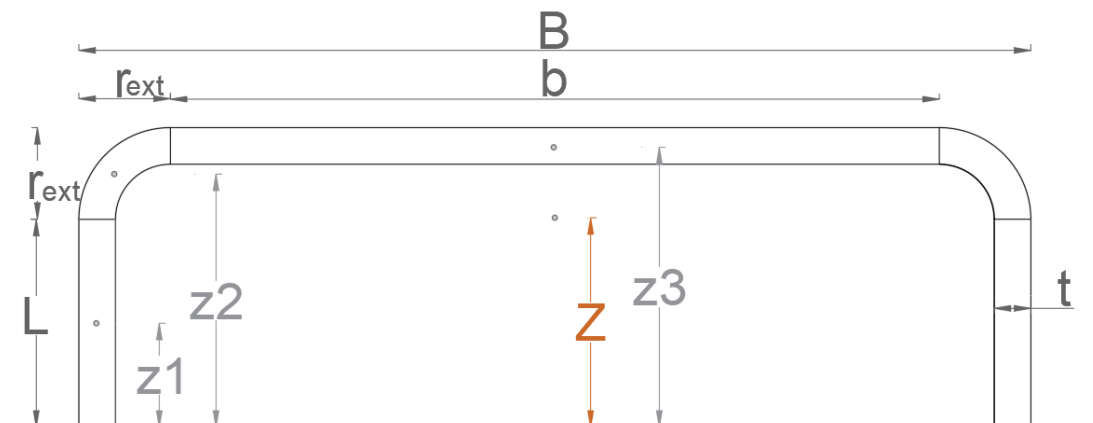


Figura 47. Definición de Z

Con la siguiente fórmula se deberá obtener el resultado del área mostrada en la figura anterior.

$$A_2 = (L * t * 2) + (b * t) + \left[\left(\frac{\pi(r_{ext}^2)}{4} - \frac{\pi(r_{int}^2)}{4} \right) * 2 \right] \quad \text{Ec. 48}$$

Finalmente, se halla el momento plástico haciendo una sumatoria de momentos en el eje neutro de la sección.

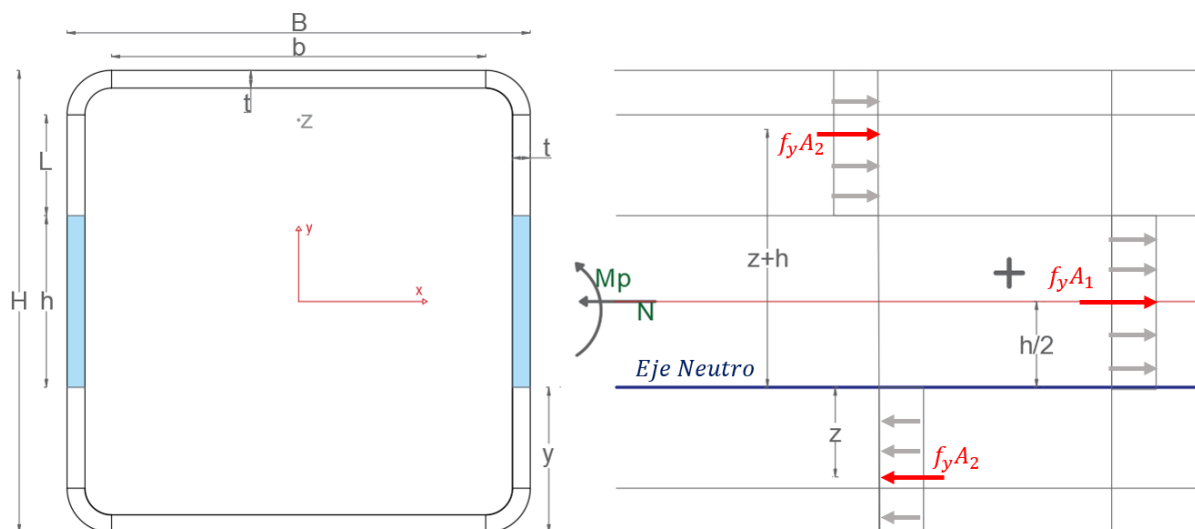


Figura 48. Cálculo del momento plástico

$$\Sigma Mp = 0$$

$$M_p = f_y A_1 * \left(\frac{h}{2}\right) + f_y A_2 * (z + h) + f_y A_2 * (z) - N \left(\frac{h}{2}\right) \quad \text{Ec. 49}$$

A continuación, se resume el cálculo de M_p para cada modelo:

Tabla 11. Resumen momento plástico

Modelo	n	Z1	Z2	Z3	Z	Mp (kgf.cm)
50x50_0M1	0	0.457	0.307	1.087	1.851	21010.07
50x50_02M1	0.2	0.167	0.227	0.834	1.228	19914.05
50x50_04M1	0.4	0.005	0.093	0.412	0.510	16625.99
50x50_06M1	0.6	0.164	-0.175	-0.432	-0.442	11145.89
50x50_0M2	0	0.457	0.308	1.087	1.852	34113.37
50x50_02M2	0.2	0.167	0.228	0.834	1.229	32334.63
50x50_04M2	0.4	0.005	0.094	0.412	0.512	26998.40
50x50_06M2	0.6	0.164	-0.173	-0.432	-0.440	18104.68
50x50_0M3	0	0.457	0.309	1.087	1.853	49225.79
50x50_02M3	0.2	0.167	0.229	0.834	1.230	46660.73
50x50_04M3	0.4	0.005	0.096	0.412	0.514	38965.54
50x50_06M3	0.6	0.164	-0.170	-0.432	-0.437	26140.22
50x50_0M4	0	0.457	0.311	1.087	1.855	66527.09
50x50_02M4	0.2	0.167	0.231	0.834	1.232	63063.39
50x50_04M4	0.4	0.005	0.099	0.412	0.516	52672.30
50x50_06M4	0.6	0.164	-0.166	-0.432	-0.433	35353.80
50x75_0M1S	0	0.287	0.388	1.298	1.973	42690.27

50x75_02M1S	0.2	0.045	0.230	0.847	1.123	40106.19
50x75_04M1S	0.4	0.040	-0.033	0.097	0.104	32353.96
50x75_06M1S	0.6	0.628	-0.561	-1.405	-1.337	19433.58
50x75_0M2S	0	0.287	0.389	1.298	1.974	60515.01
50x75_02M2S	0.2	0.045	0.231	0.847	1.124	56853.80
50x75_04M2S	0.4	0.040	-0.032	0.097	0.105	45870.17
50x75_06M2S	0.6	0.628	-0.558	-1.405	-1.335	27564.12
50x75_0M3S	0	0.287	0.391	1.298	1.975	80376.20
50x75_02M3S	0.2	0.045	0.233	0.847	1.125	75516.46
50x75_04M3S	0.4	0.040	-0.030	0.097	0.107	60937.26
50x75_06M3S	0.6	0.628	-0.555	-1.405	-1.332	36638.57
50x75_0M4S	0	0.287	0.392	1.298	1.977	102410.82
50x75_02M4S	0.2	0.045	0.235	0.847	1.127	96223.63
50x75_04M4S	0.4	0.040	-0.027	0.097	0.110	77662.05
50x75_06M4S	0.6	0.628	-0.551	-1.405	-1.328	46726.09
50x75_0M1W	0	0.805	0.602	1.162	2.569	55582.45
50x75_02M1W	0.2	0.380	0.497	0.990	1.867	52998.37
50x75_04M1W	0.4	0.071	0.323	0.703	1.097	45246.14
50x75_06M1W	0.6	0.049	-0.026	0.130	0.152	32325.76
50x75_0M2W	0	0.805	0.603	1.162	2.570	78781.10
50x75_02M2W	0.2	0.380	0.499	0.990	1.869	75119.89
50x75_04M2W	0.4	0.071	0.324	0.703	1.098	64136.26
50x75_06M2W	0.6	0.049	-0.024	0.130	0.155	45830.21
50x75_0M3W	0	0.805	0.604	1.162	2.571	104621.84
50x75_02M3W	0.2	0.380	0.500	0.990	1.870	99762.10
50x75_04M3W	0.4	0.071	0.327	0.703	1.100	85182.89
50x75_06M3W	0.6	0.049	-0.021	0.130	0.158	60884.21
50x75_0M4W	0	0.805	0.606	1.162	2.572	133279.26
50x75_02M4W	0.2	0.380	0.502	0.990	1.872	127092.06
50x75_04M4W	0.4	0.071	0.329	0.703	1.103	108530.48
50x75_06M4W	0.6	0.049	-0.017	0.130	0.162	77594.52
50x100_0M1S	0	1.258	0.778	1.219	3.255	115277.63
50x100_02M1S	0.2	0.690	0.678	1.086	2.454	110193.15
50x100_04M1S	0.4	0.221	0.511	0.865	1.597	94939.71
50x100_06M1S	0.6	0.001	0.177	0.422	0.600	69517.31
50x100_0M2S	0	1.258	0.779	1.219	3.256	151664.20
50x100_02M2S	0.2	0.690	0.679	1.086	2.455	144976.99
50x100_04M2S	0.4	0.221	0.513	0.865	1.598	124915.34
50x100_06M2S	0.6	0.001	0.180	0.422	0.603	91479.27
50x100_0M3S	0	1.258	0.780	1.219	3.257	191482.93
50x100_02M3S	0.2	0.690	0.681	1.086	2.456	183043.32
50x100_04M3S	0.4	0.221	0.515	0.865	1.600	157724.52
50x100_06M3S	0.6	0.001	0.183	0.422	0.606	115526.52
50x100_0M1W	0	0.213	0.367	1.480	2.061	72992.17
50x100_02M1W	0.2	0.009	0.165	0.788	0.961	67907.69
50x100_04M1W	0.4	0.146	-0.173	-0.366	-0.393	52654.25
50x100_06M1W	0.6	1.138	-0.849	-2.675	-2.385	27231.85

50x100_0M2W	0	0.213	0.368	1.480	2.062	96049.49
50x100_02M2W	0.2	0.009	0.166	0.788	0.962	89362.27
50x100_04M2W	0.4	0.146	-0.171	-0.366	-0.392	69300.63
50x100_06M2W	0.6	1.138	-0.846	-2.675	-2.382	35864.56
50x100_0M3W	0	0.213	0.370	1.480	2.063	121294.36
50x100_02M3W	0.2	0.009	0.168	0.788	0.964	112854.76
50x100_04M3W	0.4	0.146	-0.169	-0.366	-0.390	87535.96
50x100_06M3W	0.6	1.138	-0.843	-2.675	-2.379	45337.95

Una vez calculados los momentos plásticos y utilizando la *skeleton curve* de cada modelo, se puede obtener θ_y , y θ_u definidos en la siguiente figura.

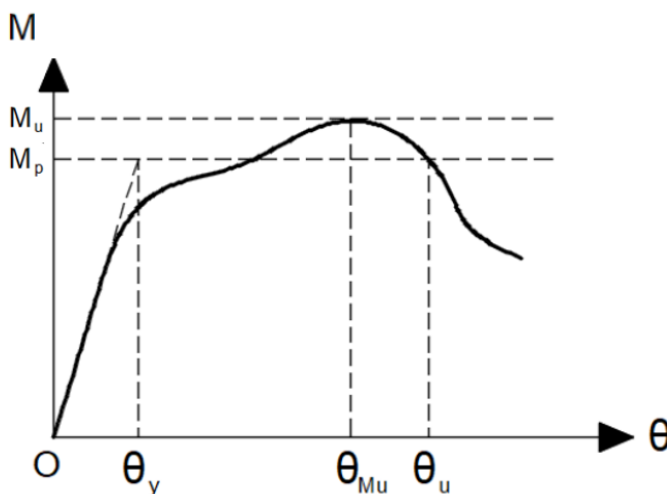


Figura 49. Modelo *skeleton curve* [1]

θ_y representa la rotación de fluencia de la sección, es decir, aquella rotación para la cual la sección ingresa a su rango inelástico. Para obtener esta rotación, se debe proyectar la pendiente inicial de la *skeleton curve* hasta llegar al valor de M_p y luego se traza una recta vertical. El punto en el que esta recta vertical cruce al eje x definirá la rotación θ_y .

θ_u es la rotación última y representa el punto en el que la sección ya pierde su capacidad resistente. Este punto se obtiene al intersectar el tramo de bajada de la *skeleton curve* con la proyección de M_p .

Una vez obtenidos θ_y y θ_u , se procede a calcular las capacidades de rotación R y R_0 . El detalle se muestra en la siguiente figura:

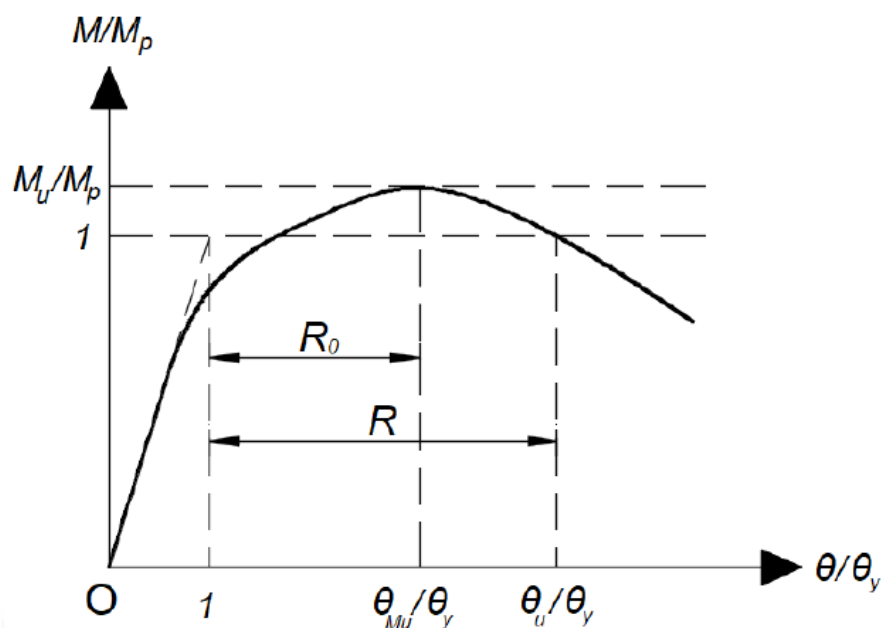


Figura 50. Definición de las capacidades de rotación R y R_0

En la figura anterior, θ_{Mu} es la rotación correspondiente al pico de la *skeleton curve*. En este punto también aparece el momento máximo resistente de la sección M_u .

Para poder obtener la capacidad de rotación R y R_0 se usaron las siguientes ecuaciones:

$$R = \frac{\theta_u}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 50}$$

$$R_0 = \frac{\theta_{Mu}}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 51}$$

Tabla 12. Valores para hallar la capacidad de rotación

Modelo	n	θ_u	θ_y	θ_{mu}	R_o	R
50x50_0M1	0	0.079	0.019	0.0596	2.090	3.094
50x50_02M1	0.2	0.063	0.019	0.0500	1.639	2.327
50x50_04M1	0.4	0.055	0.017	0.0387	1.341	2.297
50x50_06M1	0.6	0.040	0.010	0.0260	1.599	3.000
50x50_0M2	0	0.122	0.021	0.0686	2.235	4.752
50x50_02M2	0.2	0.095	0.020	0.0691	2.457	3.750
50x50_04M2	0.4	0.069	0.018	0.0561	2.074	2.778
50x50_06M2	0.6	0.050	0.014	0.0393	1.806	2.571
50x50_0M3	0	0.180	0.020	0.0800	2.998	8.000
50x50_02M3	0.2	0.119	0.023	0.0892	2.902	4.207
50x50_04M3	0.4	0.076	0.020	0.0568	1.892	2.867
50x50_06M3	0.6	0.043	0.014	0.0374	1.674	2.071
50x50_0M4	0	0.190	0.022	0.0893	3.061	7.636
50x50_02M4	0.2	0.100	0.025	0.0995	2.995	3.014
50x50_04M4	0.4	0.077	0.022	0.0580	1.652	2.522
50x50_06M4	0.6	0.050	0.013	0.0383	1.945	2.846
50x75_0M1S	0	0.100	0.012	0.0494	3.118	7.333
50x75_02M1S	0.2	0.048	0.008	0.0391	3.888	5.000
50x75_04M1S	0.4	0.026	0.009	0.0188	1.085	1.838
50x75_06M1S	0.6	0.061	0.014	0.0478	2.414	3.357
50x75_0M2S	0	0.130	0.011	0.0660	4.861	10.539
50x75_02M2S	0.2	0.060	0.011	0.0487	3.479	4.513
50x75_04M2S	0.4	0.036	0.009	0.0297	2.354	3.098
50x75_06M2S	0.6	0.081	0.013	0.0496	2.812	5.204
50x75_0M3S	0	0.150	0.012	0.0691	4.722	11.416
50x75_02M3S	0.2	0.074	0.012	0.0598	4.118	5.296
50x75_04M3S	0.4	0.047	0.009	0.0387	3.117	3.983
50x75_06M3S	0.6	0.076	0.010	0.0478	3.780	6.600
50x75_0M4S	0	0.200	0.012	0.0685	4.710	15.667
50x75_02M4S	0.2	0.093	0.013	0.0596	3.762	6.398
50x75_04M4S	0.4	0.061	0.010	0.0383	2.918	5.245
50x75_06M4S	0.6	0.067	0.012	0.0478	3.140	4.808
50x75_0M1W	0	0.060	0.028	0.0493	0.760	1.143
50x75_02M1W	0.2	0.058	0.022	0.0497	1.258	1.636
50x75_04M1W	0.4	0.032	0.017	0.0292	0.718	0.882
50x75_06M1W	0.6	0.068	0.018	0.0496	1.693	2.718
50x75_0M2W	0	0.064	0.022	0.0594	1.701	1.909
50x75_02M2W	0.2	0.059	0.027	0.0590	1.199	1.199
50x75_04M2W	0.4	0.041	0.018	0.0292	0.620	1.278
50x75_06M2W	0.6	0.060	0.021	0.0496	1.375	1.875
50x75_0M3W	0	0.075	0.024	0.0687	1.926	2.191
50x75_02M3W	0.2	0.070	0.029	0.0594	1.064	1.426
50x75_04M3W	0.4	0.049	0.017	0.0394	1.318	1.882
50x75_06M3W	0.6	0.060	0.021	0.0496	1.360	1.857

50x75_0M4W	0	0.084	0.032	0.0800	1.499	1.618
50x75_02M4W	0.2	0.069	0.031	0.0692	1.247	1.247
50x75_04M4W	0.4	0.050	0.018	0.0388	1.156	1.778
50x75_06M4W	0.6	0.060	0.021	0.0496	1.417	1.927
50x100_0M1S	0	0.087	0.011	0.0500	3.522	6.876
50x100_02M1S	0.2	0.052	0.011	0.0371	2.476	3.872
50x100_04M1S	0.4	0.036	0.009	0.0297	2.295	3.000
50x100_06M1S	0.6	0.025	0.005	0.0191	2.811	4.000
50x100_0M2S	0	0.061	0.014	0.0500	2.700	3.495
50x100_02M2S	0.2	0.060	0.011	0.0499	3.397	4.281
50x100_04M2S	0.4	0.045	0.011	0.0293	1.764	3.192
50x100_06M2S	0.6	0.034	0.008	0.0288	2.503	3.134
50x100_0M3S	0	0.071	0.011	0.0500	3.541	5.455
50x100_02M3S	0.2	0.078	0.013	0.0488	2.754	5.000
50x100_04M3S	0.4	0.054	0.011	0.0389	2.481	3.829
50x100_06M3S	0.6	0.041	0.006	0.0281	3.682	5.903
50x100_0M1W	0	0.061	0.021	0.0494	1.353	1.905
50x100_02M1W	0.2	0.058	0.021	0.0499	1.378	1.762
50x100_04M1W	0.4	0.043	0.019	0.0398	1.096	1.263
50x100_06M1W	0.6	0.036	0.017	0.0295	0.736	1.118
50x100_0M2W	0	0.061	0.021	0.0494	1.353	1.905
50x100_02M2W	0.2	0.061	0.029	0.0588	1.026	1.103
50x100_04M2W	0.4	0.057	0.021	0.0496	1.361	1.714
50x100_06M2W	0.6	0.043	0.013	0.0398	2.064	2.308
50x100_0M3W	0	0.061	0.021	0.0494	1.353	1.905
50x100_02M3W	0.2	0.079	0.022	0.0694	2.157	2.591
50x100_04M3W	0.4	0.060	0.020	0.0489	1.446	2.000
50x100_06M3W	0.6	0.048	0.018	0.0397	1.204	1.667

CAPÍTULO VII

1. PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA PREDECIR LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN DE COLUMNAS METÁLICAS HUECAS DE SECCIÓN RECTANGULAR

1.1 Parámetros que afectan a la capacidad de rotación.

Luego de haber realizado el estudio paramétrico, se procede a ordenar los resultados para poder encontrar tendencias que permitan predecir, de manera sencilla, la capacidad de rotación de columnas metálicas de sección hueca rectangular.

De acuerdo con la investigación de Bustamante [5], los principales parámetros que afectan a la capacidad de rotación son los siguientes:

$\bar{\lambda}_p$: esbeltez local de la sección	Reduce la capacidad de rotación cuando $\bar{\lambda}_p$: se incrementa
n: nivel de carga axial	Reduce la capacidad de rotación cuando n se incrementa
L/r: esbeltez global del elemento	Reduce la capacidad de rotación cuando L/r es mayor
EI: rigidez de sección	Incrementa la capacidad de rotación a mayor EI

En función a estos parámetros, [5] propuso un factor de susceptibilidad “S” que considera todos los parámetros listados anteriormente:

$$S = \frac{\bar{\lambda}_p(1+n)^3(L/r)}{EI} 10^6 \quad \text{Ec. 52}$$

Es preciso indicar que la expresión anterior es válida para columnas de acero inoxidable, mientras que las columnas estudiadas en el presente trabajo son de acero al carbono. Esto implica que la expresión anterior varíe ligeramente y será en esta investigación que se proponga esta variación para calibrar la expresión y que sea válida para columnas de acero al carbono.

Para lograr este propósito, se hicieron iteraciones con los exponentes de los términos $\bar{\lambda}_p$ y $(1 + n)$ de la expresión anterior, considerando que estos son los que afectan en mayor proporción a la capacidad de rotación de los elementos estudiados [5].

Luego de realizar las iteraciones correspondientes, se llegó a concluir que, para este caso, es conveniente tener dos valores de S: uno para el cálculo de R (S1) y otro para el cálculo de R_0 (S2).

$$S1 = \frac{\bar{\lambda}_p^2 (1 + n)^4 (L/r)}{EI} 10^6 \quad \text{Ec. 53}$$

$$S2 = \frac{\bar{\lambda}_p^{1.7} (1 + n)^{3.7} (L/r)}{EI} 10^6 \quad \text{Ec. 54}$$

Es importante mencionar que $\bar{\lambda}_p$ y n son adimensionales, L y r se miden en centímetros, E en kgf/cm^2 y la inercia I en cm^4 . El factor 10^6 sirve simplemente para obtener valores que oscilen entre 0 y 2, de lo contrario, los valores de S1 y S2 serían muy pequeños y no sería cómodo trabajar con ellos.

Se procedió a relacionar los valores de S1 y S2 con sus respectivas capacidades de rotación:

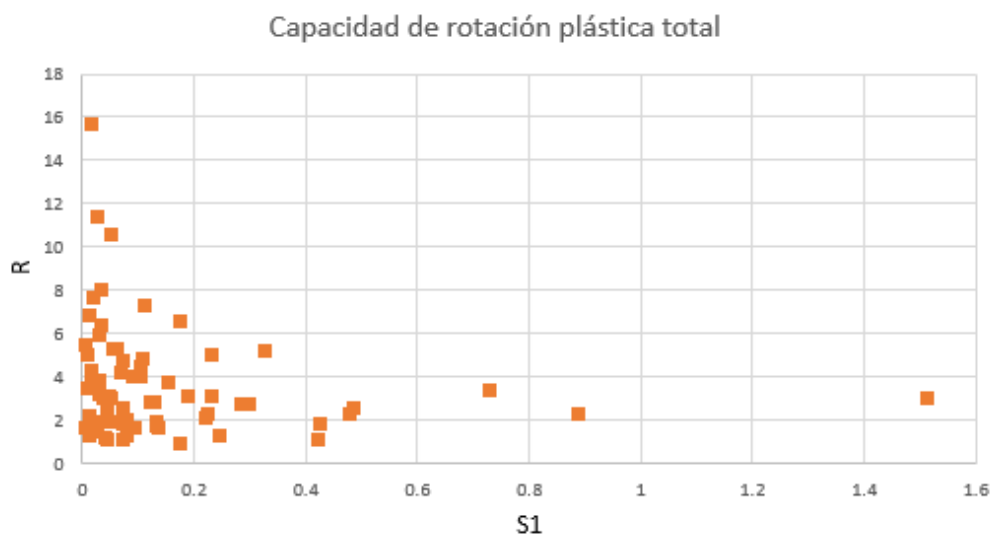


Figura 51. Parámetro propuesto S1 vs R

Parte estable de la capacidad de rotación

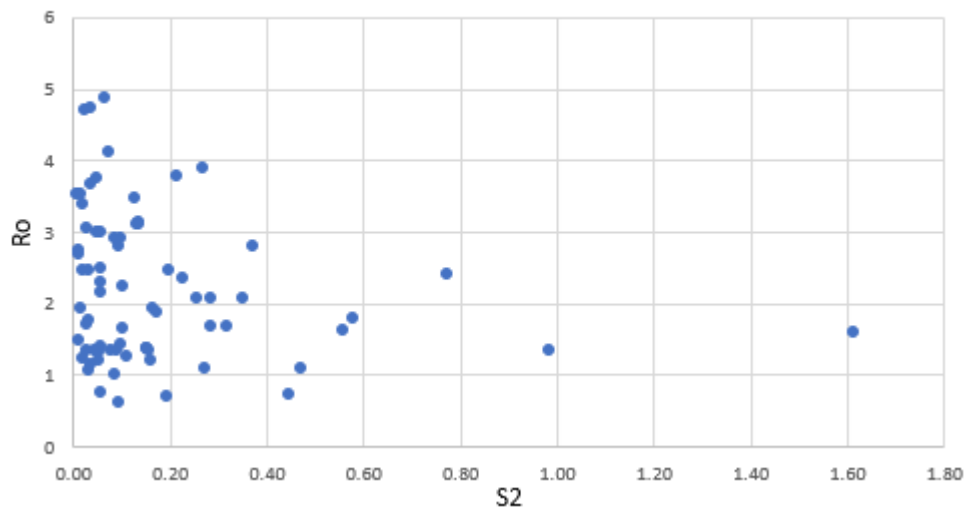


Figura 52. Parámetro propuesto S2 vs R_0

En las figuras anteriores se puede notar que mientras mayor sea la susceptibilidad S , menor será la capacidad de rotación de la sección de columna. Es evidente que esta tendencia se logró luego de calibrar las expresiones de $S1$ y $S2$, puesto que, de lo contrario, se hubiera obtenido una dispersión de datos sin tener una tendencia marcada.

Esta tendencia obtenida abre la posibilidad de establecer una o más expresiones que permitan predecir, de manera sencilla y confiable, la capacidad de rotación estudiada, haciendo uso de un único parámetro: la susceptibilidad S . Este aporte permitirá reducir notablemente el tiempo de cálculo, puesto que no habrá la necesidad de realizar un modelo de elementos finitos, dado que estas expresiones se plantean a partir de resultados de un estudio paramétrico de modelos de elementos finitos validados con resultados experimentales.

1.2 Desarrollo de las expresiones para estimar R y R_0

Las expresiones propuestas se obtuvieron a partir de una ecuación para una curva en general:

$$R = k_1 S1^{c_1}$$

$$R_0 = k_2 S2^{c_2}$$

Se trata entonces de calibrar los coeficientes k_1 , k_2 , c_1 y c_2 para obtener una curva que se amolde adecuadamente a la tendencia de datos obtenida en el apartado anterior.

Luego de realizar las iteraciones correspondientes, se obtuvieron los siguientes coeficientes que se muestra en la Tabla 13.

Tabla 13. Valores para constantes k y c .

Rotación plástica	Condición	k	c
R	$S1 < 0.1$	0.25	1.5
	$0.1 \leq S1 \leq 3$	-0.9	-0.1
R_0	$S2 < 0.1$	0.4	1.3
	$0.1 \leq S2 \leq 3$	-0.6	-0.1

Con estos coeficientes, las expresiones para predecir R y R_0 son las siguientes:

$$R = 0.25 S1^{1.5}; S1 < 0.1 \quad \text{Ec. 55}$$

$$R = -0.9 S1^{-0.1}; 0.1 \leq S1 \leq 3 \quad \text{Ec. 56}$$

$$R_0 = 0.4 S2^{1.3}; S2 < 0.1 \quad \text{Ec. 57}$$

$$R_0 = -0.6 S2^{-0.1}; 0.1 \leq S2 \leq 3 \quad \text{Ec. 58}$$

Se muestra a continuación la propuesta planteada junto a la tendencia de datos obtenida del estudio paramétrico:

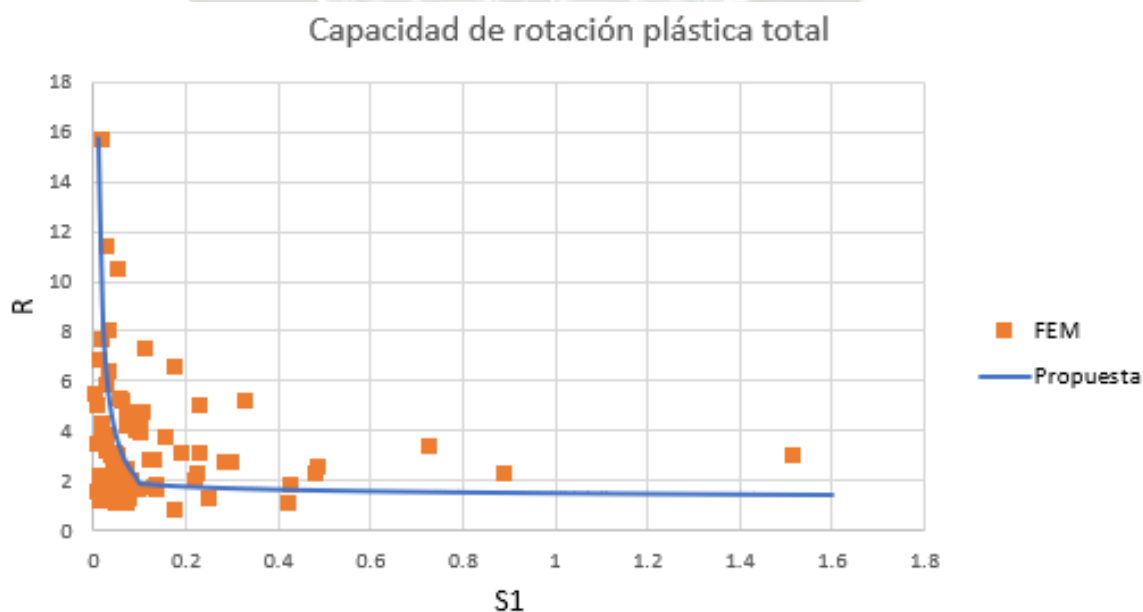


Figura 53. Valores de R obtenidos vs la propuesta de esta investigación

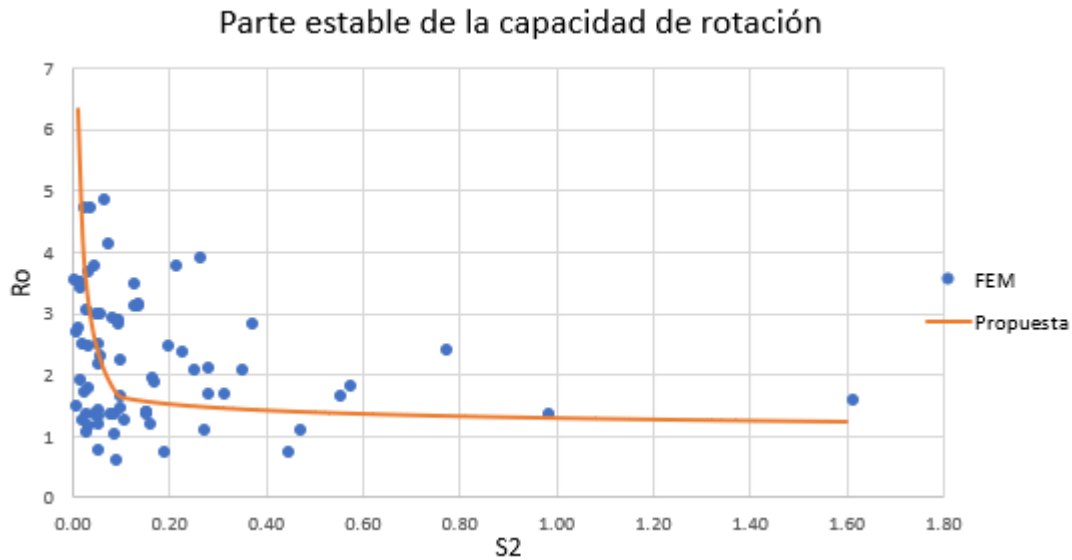


Figura 54. Valores de R_0 obtenidos vs la propuesta de esta investigación

En las figuras anteriores se puede notar un buen ajuste entre la curva propuesta y los valores obtenidos del estudio paramétrico. Es evidente que, como en todo estudio, existen algunos datos que no se ajustan perfectamente a la propuesta, puesto que se trata de un fenómeno muy complejo que se pretende resolver de una forma muy sencilla. Este aspecto se puede mejorar calculando factores de seguridad adecuados para aquellos casos en los que los resultados no estén del lado conservador, sin embargo, este es un primer e importante paso que se propone a raíz de los resultados del presente estudio.

1.3 Verificación de la expresión propuesta

Para poder validar las expresiones propuestas anteriormente, se utilizó un modelo con relación h/b de 2.25, distinta a las utilizadas en el estudio paramétrico (1, 1.5 y 2). Esto con la intención de comparar los resultados obtenidos con el modelo de elementos finitos y la propuesta realizada. A continuación, se muestran las propiedades de los modelos utilizados para la verificación.

Tabla 14. Modelo para verificación de la propuesta.

	Sección	t (mm)	n
<i>Dirección fuerte</i>	40x90 mm	3.5	0.3
	40x90 mm	4.5	0.3
	40x90 mm	6	0.3
<i>Dirección débil</i>	40x90 mm	3.5	0.3
	40x90 mm	4.5	0.3
	40x90 mm	6	0.3

En las imágenes siguientes se puede observar el modelo 40x90 con espesor $t=0.6\text{mm}$ analizado para la dirección fuerte y débil

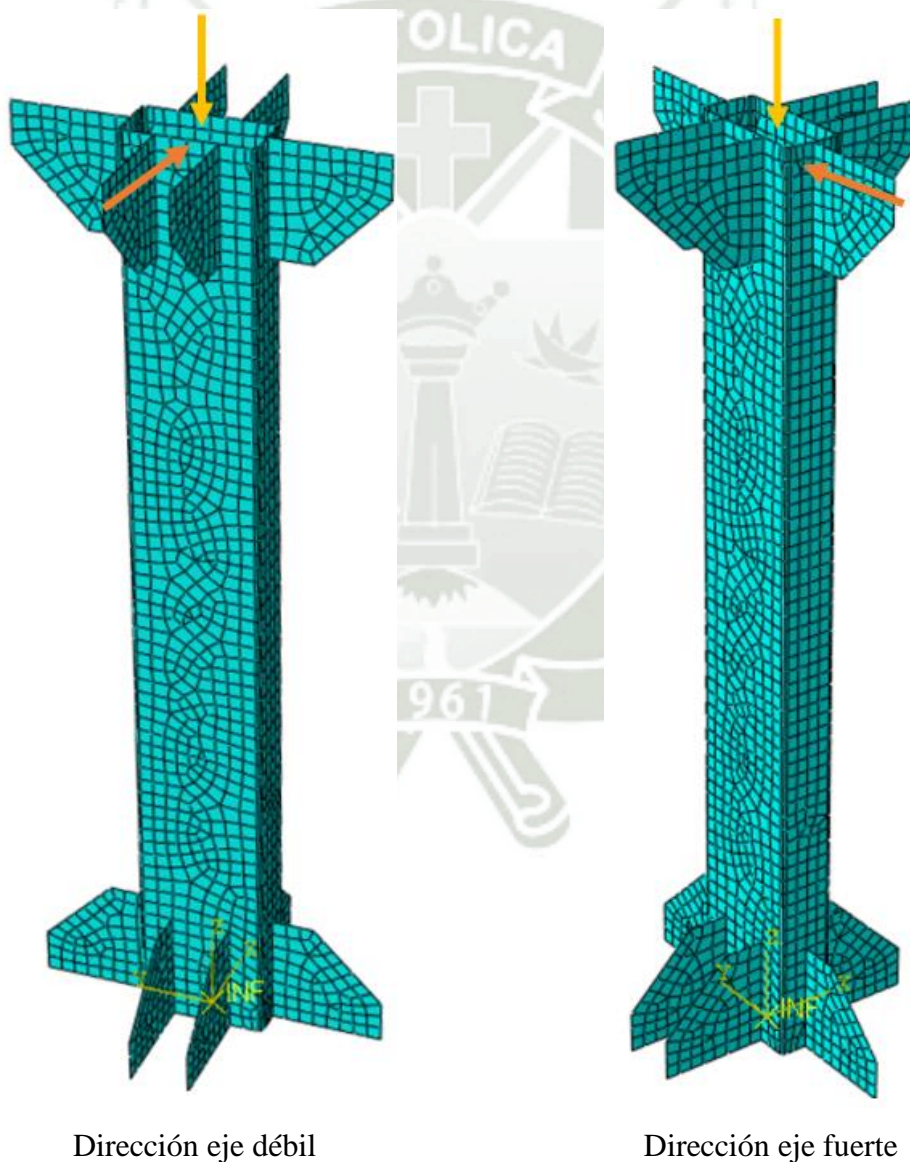


Figura 55. Dirección fuerte y débil del modelo

Se muestra a continuación, el modo de falla de la columna estudiada, la cual es muy similar a las que se mostraron del estudio experimental de Fang et al. [2]

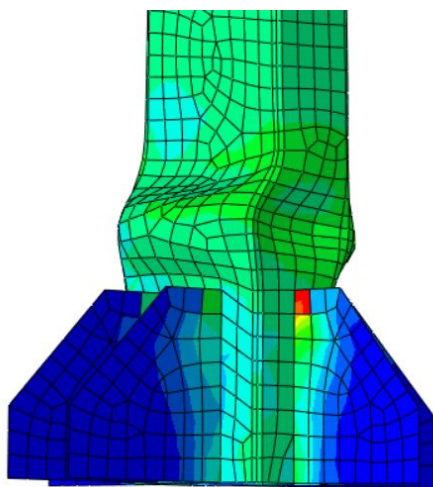


Figura 56. Modo de falla modelo 40x90 t=0.6

Una vez analizados los modelos de elementos finitos se podrán extraer las curvas histeréticas y con eso las *skeleton curves*.

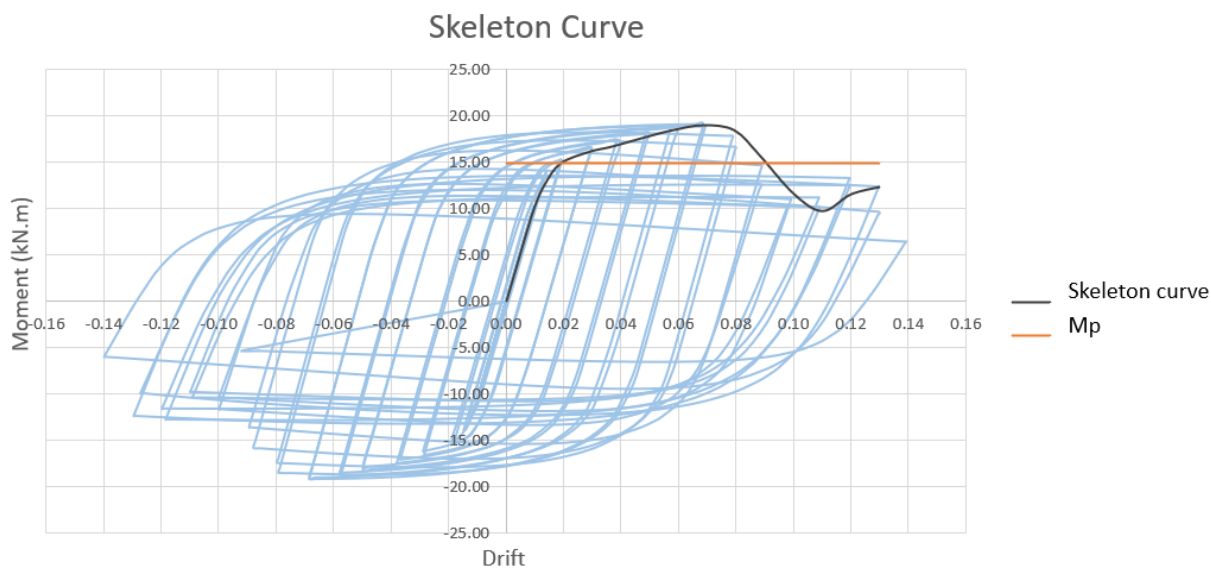


Figura 57. *Skeleton curve* modelo 40x90 t=0.6

Con las *skeleton curve* se calculan los valores de Θ_u , Θ_y , y Θ_{mu} , a partir de los cuales se calculan las capacidades de rotación R y R_o , tal y como se explicó en el capítulo anterior.

Tabla 15. Cálculo de los valores de R y Ro

Modelo	n	θ_u	θ_y	θ_{mu}	Ro (FEM)	R (FEM)
40x90_3.5S	0.3	0.0440	0.0110	0.0376	2.42	3.00
40x90_4.5S	0.3	0.0570	0.0170	0.0498	1.93	2.35
40x90_6S	0.3	0.0905	0.0130	0.0685	4.27	5.96
40x90_3.5W	0.3	0.0590	0.0190	0.0492	1.59	2.11
40x90_4.5W	0.3	0.0700	0.0210	0.0575	1.74	2.33
40x90_6W	0.3	0.0900	0.0220	0.0791	2.59	3.09

Una vez obtenidos los valores de $R_{(FEM)}$ y $R_{0(FEM)}$, se procede a compararlos con la propuesta de esta investigación. Se muestran a continuación los valores obtenidos con los modelos de elementos finitos, comparados con la propuesta.

Capacidad de rotación plástica total

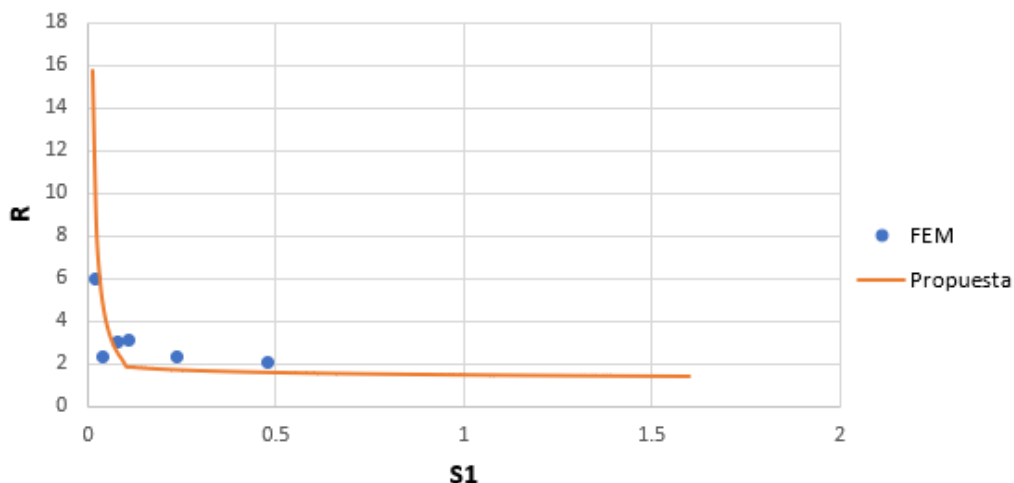


Figura 58. Resultados de R obtenidos del modelo 40x90

Parte estable de la capacidad de rotación

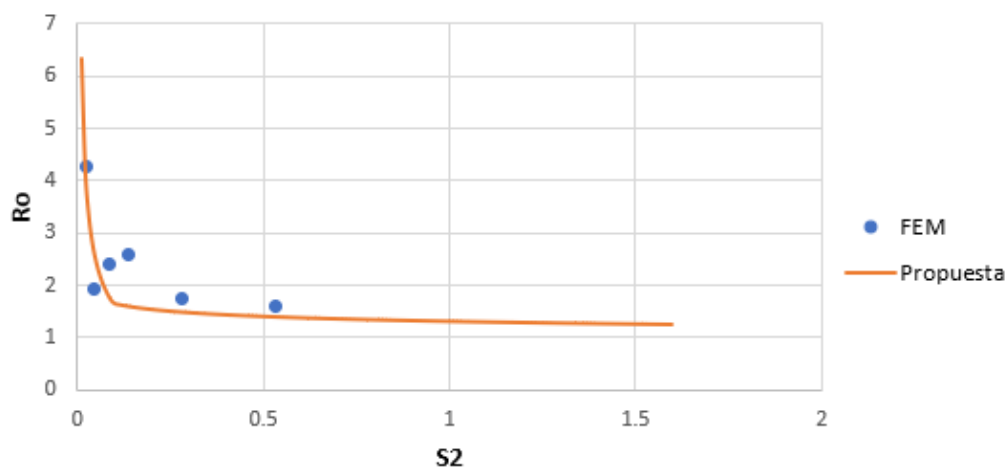


Figura 59. Resultados de Ro obtenidos del modelo 40x90

De la comparación realizada se puede afirmar que las ecuaciones propuestas anteriormente son efectivas y pueden ser utilizadas para predecir la capacidad de rotación para elementos de acero al carbono de una manera sencilla y confiable.



CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

- Utilizando modelos de elementos finitos de 72 columnas, se pudo estimar el comportamiento no lineal de columnas de acero, considerando sus posibles formas de pandeo, validado con resultados de pruebas experimentales. A partir de estos resultados, se pudieron establecer relaciones entre las capacidades de rotación obtenidas y los parámetros que la afectan, concluyendo que los principales parámetros que afecta a la capacidad de rotación de una columna de acero son: la esbeltez local de la sección ($\bar{\lambda}_p$), el nivel de carga axial actuante (n), la esbeltez global del elemento (L/r) y la rigidez de sección (EI). Esta afirmación es consistente con los resultados obtenidos de otros estudios similares, como los realizados por [1] y [5].
- A partir de los resultados obtenidos del estudio paramétrico se propusieron expresiones para obtener la capacidad de rotación de un elemento de acero, considerando sus posibles formas de pandeo. Las expresiones finales propuestas son las siguientes:

$$S1 = \frac{\bar{\lambda}_p^2 (1+n)^4 (L/r)}{EI} 10^6 \qquad S2 = \frac{\bar{\lambda}_p^{1.7} (1+n)^{3.7} (L/r)}{EI} 10^6$$

$$R = 0.25 S1^{1.5}; S1 < 0.1 \qquad R_0 = 0.4 S2^{1.3}; S2 < 0.1$$

$$R = -0.9 S1^{-0.1}; 0.1 \leq S1 \leq 3 \qquad R_0 = -0.6 S2^{-0.1}; 0.1 \leq S2 \leq 3$$

- Las expresiones propuestas están basadas en dos parámetros ($S1$ y $S2$) que se plantearon a partir de la propuesta realizada por [5], modificando algunos términos en función a los resultados obtenidos del estudio paramétrico. Esto demuestra que la propuesta de [5], es adecuada para predecir el comportamiento no lineal de columnas de acero.

- Para validar las expresiones propuestas, se analizaron seis columnas metálicas adicionales, con propiedades distintas a las utilizadas en el estudio paramétrico. Los resultados obtenidos con los modelos de elementos finitos se compararon con la propuesta de esta investigación, demostrando los adecuados resultados obtenidos, considerando además que esta propuesta está basada en expresiones sencillas de aplicar, siendo esta una gran ventaja al momento de reducir tiempos de cálculo.

Recomendaciones

- En la presente investigación se estudió únicamente la capacidad de rotación de columnas metálicas, sin embargo, investigaciones recientes indican que la resistencia a momento flector de las columnas también puede predecirse con expresiones más sofisticadas. Se recomienda continuar este estudio para poder plantear expresiones que permitan predecir los momentos resistentes de columnas, considerando todos los aspectos que afectan a la respuesta de una columna metálica.
- Las ecuaciones planteadas están basadas en modelos de elementos finitos, sin embargo, sería importante poder verificar algunos especímenes adicionales de forma experimental y predecir su capacidad de rotación con la propuesta de esta investigación, logrando así, validarla.
- En el contexto peruano se utilizan distintas secciones metálicas para columnas (además de las tubulares estudiadas en esta investigación). Será importante aplicar este procedimiento a columnas tipo H, por ejemplo, que son bastante utilizadas también.
- Se presume que los parámetros S1 y S2 (susceptibilidad) propuestos en esta investigación podrían ayudar también a modelar la degradación de rigidez de columnas metálicas, información que sería de gran ayuda a la hora de ejecutar un análisis tiempo historia no lineal. Sería interesante extender este estudio para investigar la potencialidad de los parámetros propuestos en esta investigación.

REFERENCIAS

- [1] I. González-de-León, I. Arrayago, E. Real, E. Nistri, Rotation capacity of cold-formed stainless steel RHS beams under cyclic loading, *Journal of Constructional Steel Research*. 192 (2022), 107199.
- [2] C. Fang, F. Zhou, C. Luo, Cold-formed stainless steel RHSs/SHSs under combined compression and cyclic bending, *J. Constr. Steel Res.* 141 (2020) 9–22.
- [3] X. Yun, L. Gardner, Stress-strain curves for hot-rolled steels, *Journal of Constructional Steel Research*. 133 (2017) 36-46
- [4] L. Gardner, X. Yun, Description of stress-strain curves for cold-formed steels, *Journal of Constructional Steel Research*. 189 (2018) 527 – 538
- [5] B. Bustamante, Prediction of the rotation capacity of stainless-steel members under cyclic loading conditions, Tesis de Máster, UPC Barcelona. 2023
- [6] Fadden, M., & McCormick, J. (2014). Finite element model of the cyclic bending behavior of hollow structural sections. *Journal of Constructional Steel Research*, 94
- [7] Ramberg, W., & Osgood, W. (1943). Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters. National Advisory Committee for Aeronautics.
- [8] Metalium (2014). Acero al carbono. <https://metalium.mx/acero-al-carbono>
- [9] ABAQUS. (2014). ABAQUS/Standard User's Manual Volumens I-III and ABAQUS CAE Manual. Dassault Systems Simulia Corporation.
- [10] Fadden, M. (2013). Cyclic Bending Behaviour of Hollow Structural Sections and their Application in Seismic Moment Frame Systems. PhD Thesis.
- [11] Fang, C., Zhou, F., & Luo, C. (2017). Cold-formed stainless steel RHSs/SHSs under combined compression and cyclic bending. *Journal of Constructional Steel Research*, 141.
- [12] Ashraf, M., Gardner, L., & Nethercot, D. (2006). Finite element modelling of structural stainless steel cross-sections. *Thin-Walled Structures*, 44.
- [13] SIMULIA. (2010). Getting Started with Abaqus.

- [14] FEMA. (2005). Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures - FEMA 440. Washington.
- [15] Ramberg, W., & Osgood, W. (1943). Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters. National Advisory Committee for Aeronautics.
- [16] F. Zhou, L. Li, Experimental study on hysteretic behavior of structural stainless steels under cyclic loading, *J. Constr. Steel Res.* 122 (2016) 94–109.
- [17] DSS. Abaqus FEA version 6.8-1 documentation collection. Providence, RI: Dassault Systemes Simulia Corp.; 2008.
- [18] AISC. Seismic design manual. Chicago: American Institute of Steel Construction; 2006.
- [19] ASTM. A500/A500M-10a standard specification for cold-formed welded and seamless carbon steel structural tubing in rounds and shapes. West Conshohocken, PA: ASTM International; 2010.
- [20] Goto Y, Wang Q, Obata M. FEM analysis for hysteretic behavior of thin-walled columns. *ASCE J Struct Eng* 1998;124(11):1290–301.
- [21] X. Yun, L. Gardner, Numerical modeling and design of hot-rolled and coldformed steel continuous beams with tubular cross-sections, *Thin-Walled Struct.* (Submitted for publication).
- [22] F. Zhou, L. Li, Experimental study on hysteretic behavior of structural stainless steels under cyclic loading, *J. Constr. Steel Res.* 122 (2016) 94–109.
- [23] Theofanous, M., & Gardner, L. (2009). Testing and numerical modelling of lean duplex stainless steel hollow section columns. *Engineering Structures*, 31.
- [24] Zhao, O., Gardner, L., & Young, B. (2016a). Behaviour and Design of Stainless Steel SHS and RHS beam-columns. *Thin-Walled Structures*, 106.
- [25] ASCE, A. (2022). Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures (ASCE/SEI 7-22).