



Universidad Católica de Santa María

Facultad de Arquitectura e Ingenierías Civil y del Ambiente
Escuela Profesional de Ingeniería Civil

**Propuesta para predecir curvas momento-rotación de columnas metálicas
sometidas a cargas cíclicas mediante modelos de elementos finitos**

Tesis presentada por:

Banda Rodriguez, Daniel Rodrigo

ORCID: 0009-0004-0061-427X

Condo Huaranga, Luis Sebastian

ORCID: 0009-0007-8558-9174

para optar el Título Profesional de Ingeniero Civil

Asesor (a):

Mg. Bustamante Mora, Boris Andre

ORCID: 0000-0002-7612-315X

Arequipa - Perú

2026

UNIVERSIDAD CATÓLICA DE SANTA MARÍA

INGENIERIA CIVIL

TITULACIÓN CON TESIS

DICTAMEN APROBACIÓN DE BORRADOR

Arequipa, 05 de Junio del 2026

Dictamen: 011368-C-EPIC-2026

Visto el borrador del expediente 011368, presentado por:

2019801321 - BANDA RODRIGUEZ DANIEL RODRIGO

2019202361 - CONDO HUARANGA LUIS SEBASTIAN

Titulado:

**PROPUESTA PARA PREDECIR CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN DE COLUMNAS METÁLICAS
SOMETIDAS A CARGAS CÍCLICAS MEDIANTE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS**

Nuestro dictamen es:

APROBADO

Titulo Profesional/Titulo de Segunda Especialidad/Grado Académico a optar:

INGENIERO CIVIL

**29688899 - HIDALGO VALDIVIA ALEJANDRO VICTOR
DICTAMINADOR**



**29238311 - GUILLEN MALAGA MILAGROS SOCORRO
DICTAMINADOR**



**42839424 - ROSAS ESPINOZA JORGE
DICTAMINADOR**



Propuesta para predecir curvas momento-rotación de columnas metálicas sometidas a cargas cíclicas mediante modelos de elementos finitos

INFORME DE ORIGINALIDAD

10%

INDICE DE SIMILITUD

9%

FUENTES DE INTERNET

2%

PUBLICACIONES

4%

TRABAJOS DEL
ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	Submitted to Universidad Católica de Santa María Trabajo del estudiante	1 %
2	repositorio.ucsm.edu.pe Fuente de Internet	1 %
3	upcommons.upc.edu Fuente de Internet	1 %
4	docs.wixstatic.com Fuente de Internet	1 %
5	www.aisc.org Fuente de Internet	<1 %
6	hdl.handle.net Fuente de Internet	<1 %
7	Submitted to University of Birmingham Trabajo del estudiante	<1 %
8	repositorio.unp.edu.pe Fuente de Internet	<1 %
9	repositorio.usfq.edu.ec Fuente de Internet	<1 %
10	docplayer.net Fuente de Internet	<1 %
11	documents.mx Fuente de Internet	<1 %

DEDICATORIA

A Dios Todopoderoso, fuente de la vida y refugio de mi alma, que me concedió el don de existir y me sostuvo en las horas más oscuras. Suyas es la gloria y suya la victoria, pues mi vida entera es testimonio de su bendición.

A Víctor, hermano en la fe y guía de mi alma, por sus consejos sabios, sus oraciones constantes y su apoyo firme, que me sostuvo en la adversidad. Unidos en Cristo.

A mis padres, Daniel y Evelyn, de quienes recibí cuanto soy; en especial a mi madre, pilar y raíz de mi vida, por sus sacrificios silenciosos, por su apoyo y amor incondicional. Lo que hoy alcanzo no es mío: es fruto de sus manos, y a sus manos lo devuelvo.

A mi amigo Rodolfo, que llegó para quedarse y es uno de los míos. Le agradezco no haberme faltado jamás. Este logro lleva grabado su nombre.

A mi hermano Jafet, mi mayor travesura y mi alegría más grande. Sueña siempre en grande, sin miedo al dolor, porque un momento de dolor vale toda una vida de gloria.

A mis abuelos, Julián y Loty, que me malcriaban de amor a diario. Una parte de ustedes vive en cada paso que doy.

Banda Rodriguez, Daniel Rodrigo

A mis padres, José y Soledad, por darme la oportunidad de realizar esta carrera y permitir que sea la mejor inversión en mi vida. Por apoyarme, impulsarme, corregirme y depositar su confianza en mí a través de cada paso en mis estudios, siempre inculcando en mí, ética, empatía, razón, disciplina, constancia, esfuerzo y valor para alcanzar mis objetivos, este logro no es solo mío, es nuestro.

A mi difunto abuelo Wenceslao, espíritu guardián y guía de mi familia, ejemplo de humildad y responsabilidad, quien nos instó siempre al estudio, crecimiento académico, profesional y, sobre todo, personal.

A mis familiares, por creer y confiar en mi capacidad, por su cariño y apoyo incondicional.

A mi país, para que el desarrollo académico e investigativo impulse la innovación, educación y futuro próspero para todos los peruanos.

Condo Huaranga, Luis Sebastian

AGRADECIMIENTOS

*A Dios, por sostenerme a lo largo de este camino y bendecir cada paso dado.
A mi madre, Evelyn, mi mayor sostén durante todo este tiempo, por cada palabra de aliento y
por creer en mí aun cuando yo dudaba. Sin ella, este trabajo no habría sido posible.
A mi amigo y coautor de esta tesis, Luis, por su compromiso, dedicación y esfuerzo a lo largo
de toda nuestra investigación. Le agradezco las largas jornadas de trabajo
compartidas y su valiosa amistad, que hicieron de este proceso una experiencia
mucho más significativa.*

Banda Rodriguez, Daniel Rodrigo

*A los docentes académicos e ingenieros, por su labor de enseñanza y guía en todos los años
de estudio, enriqueciéndonos no solo de conocimiento, sino también de experiencias y
recomendaciones para la vida académica y profesional.
A mi amigo Daniel, coautor de la presente tesis, por la constancia, iniciativa y esfuerzo
durante todo el tiempo invertido en este trabajo, hasta llegar a su culminación.
A mis familiares y amigos, todos aquellos quienes están y también a quienes ya no, que
formaron parte de mi trayecto de estudiante a ingeniero, recordándome que no solo se
trata de aprender, sino también de valorar los lazos y disfrutar de los momentos
compartidos, infinitas gracias desde aquí.*

Condo Huaranga, Luis Sebastian

RESUMEN

El comportamiento de las estructuras metálicas o de acero, se ha venido estudiando durante más de 20 años, siendo protagonistas los continentes asiático y europeo, que continúan realizando numerosas investigaciones acerca del acero inoxidable (González-de-León et al., 2022b); principalmente, en cuanto a sus propiedades mecánicas, comportamiento axial, cíclico y no lineal para cargas gravitacionales y sísmicas (Bock et al., 2015; Walport et al., 2019).

En materia de la presente realidad nacional, claramente existe un desfase importante respecto a estas investigaciones, pues la norma E.090 de estructuras metálicas no se ha actualizado por un periodo de alrededor de 20 años (SENCICO, 2006); como resultado, aun continua la brecha creciente de conocimientos que afecta a la optimización y economía al momento de diseñar estas estructuras. Los métodos de diseño utilizados son métodos tradicionales y conservadores que no consideran, por ejemplo, el endurecimiento por deformación que tiene el acero al carbono, que lo hace más resistente de lo planteado. Es por ello por lo que es necesaria la adaptación a las nuevas tendencias que son más precisas, la cuales se apoyan de la aplicación de modelos de elementos finitos.

En consideración a lo anterior, se orientó el estudio a nivel nacional, donde se usa el acero al carbono. Las secciones de columnas de acero concernientes para la investigación son las columnas huecas de sección cuadrada y rectangular, con ellas se busca predecir una expresión que defina su capacidad de rotación.

La investigación contó con 201 columnas analizadas mediante elementos finitos, resultando finalmente en 118 columnas que si lograron completar positivamente las pruebas. Para validar los modelos, se utilizaron artículos científicos con estudios experimentales y se compararon con lo obtenido en el programa. Con los resultados obtenidos, se llevó a cabo un estudio paramétrico y se determinaron expresiones para la capacidad de rotación y una mejor precisión de cálculo de momentos para las mencionadas columnas sometidas a diferentes cargas axiales y cíclicas laterales (sismo), lo cual es común para este tipo de estructura.

Palabras clave:

Acero al carbono, elementos finitos, columnas HSS.

ABSTRACT

The behavior of metal or steel structures has been studied for more than 20 years, mainly in Asia and Europe, where numerous studies continue to be carried out on stainless steel (González-de-León et al., 2022b), focusing on its mechanical properties and axial, cyclic, and nonlinear behavior under gravitational and seismic loads (Bock et al., 2015; Walport et al., 2019).

Within the context of the current national reality, there is clearly a significant gap with respect to these investigations, since the E.090 Standard for Steel Structures has not been updated for a period of approximately 20 years (SENCICO, 2006). As a result, we continue to have a growing knowledge gap that affects optimization and economy when designing these structures. The design methods used are traditional and conservative and do not consider, for example, the strain hardening of carbon steel, which makes it more resistant than proposed. Therefore, adaptation to newer and more accurate design approaches is necessary, particularly those supported by the application of finite element models.

Knowing this, the study was focused on the national level, where carbon steel is used. The steel column sections considered in this research correspond to hollow square and rectangular sections, which will be used to predict an expression that defines their rotation capacity.

The research analyzed 201 columns using finite elements, ultimately resulting in 118 columns that successfully completed the tests. To validate the models, papers with experimental studies were used and compared with the results obtained in the program. With the obtained results, a parametric study was performed, and expressions were developed to estimate rotation capacity and to improve the accuracy of moment prediction for the aforementioned columns subjected to varying axial loads and cyclic lateral loading (seismic action), which is typical for this type of structure.

Keywords:

Carbon steel, finite elements, HSS columns.

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA.....	3
AGRADECIMIENTOS	4
RESUMEN.....	5
ABSTRACT	6
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I.....	3
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
1.1. PROBLEMÁTICA DE LA INVESTIGACIÓN	4
1.2. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN	4
1.2.1. JUSTIFICACIÓN SOCIAL	4
1.2.2. JUSTIFICACIÓN ECONÓMICA Y AMBIENTAL	4
1.2.3. JUSTIFICACIÓN TECNOLÓGICA	5
1.2.4. JUSTIFICACIÓN POLÍTICO/INSTITUCIONAL.....	5
1.3. HIPÓTESIS	5
1.4. OBJETIVOS.....	5
1.4.1. OBJETIVO GENERAL	5
1.4.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	5
1.5. VARIABLES	6
CAPÍTULO II	7
2. FUNDAMENTO TEÓRICO.....	8
2.1. ESTADO DEL ARTE.....	8
2.2. MARCO CONCEPTUAL.....	10
2.2.1. ACERO AL CARBONO	10
2.2.2. CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL ACERO AL CARBONO CONFORMADO EN CALIENTE CONSIDERANDO CARGAS MONOTÓNICAS ..	10
2.2.3. CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL ACERO AL CARBONO CONFORMADO EN CALIENTE CONSIDERANDO CARGAS CÍCLICAS.....	12
2.2.4. ELEMENTOS FINITOS.....	13
2.2.5. TIPOS DE ELEMENTOS FINITOS	14
2.2.6. ABAQUS	15
2.2.7. COLUMNAS METÁLICAS.....	15

2.2.8.	DUCTILIDAD DE ELEMENTOS METÁLICOS	16
2.2.9.	FENÓMENO DE ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN	16
2.2.10.	APLICACIÓN DE CARGAS CÍCLICAS EN COLUMNAS METÁLICAS .	17
2.2.11.	DIAGRAMA HISTERÉTICO	19
2.2.12.	DIAGRAMA MOMENTO - ROTACIÓN	20
2.2.13.	CAPACIDAD DE ROTACIÓN.....	20
2.3.	MARCO LEGAL	22
CAPÍTULO III		24
3.	METODOLOGIA	25
3.1.	TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	25
3.2.	MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN	25
3.3.	ESQUEMA METODOLÓGICO	27
CAPÍTULO IV		28
4.	VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO	29
4.1.	CARACTERÍSTICAS DEL MODELO DE ENSAYO EXPERIMENTAL	29
4.2.	PROTOCOLOS DE CARGA	31
4.3.	ELABORACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO	31
4.3.1.	DIBUJO DE LA GEOMETRÍA	32
4.3.2.	ASIGNACIÓN DE PROPIEDADES DEL MATERIAL	33
4.3.3.	UNIFICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO.....	35
4.3.4.	DISEÑO DE PASOS DE ENSAYO PARA LAS CARGAS	36
4.3.5.	MALLADO DE ESPÉCIMEN PARA ANÁLISIS EN ELEMENTOS FINITOS	38
4.4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS Y VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO	39
CAPÍTULO V		44
5.	DEFINICIÓN PARAMÉTRICA.....	45
5.1.	CÁLCULO DE LA INERCIA	52
5.2.	CÁLCULO DEL MOMENTO PLÁSTICO	55
CAPITULO VI		67

6.	PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE COLUMNAS BAJO FLEXOCOMPRESIÓN POR CARGAS CÍCLICAS MEDIANTE EL DIAGRAMA MOMENTO-ROTACIÓN	68
6.1	PARAMETRIZACIÓN PARA LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN	68
6.2	PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA ESTIMACIÓN DE LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN	74
6.3	PARAMETRIZACIÓN PARA OBTENER EL MOMENTO ÚLTIMO.....	76
6.4	PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA OBTENER EL MOMENTO ÚLTIMO	82
6.5	VALIDACIÓN DE LA PREDICCIÓN DE LA ROTACIÓN DE FLUENCIA θ_y	88
6.6	VERIFICACIÓN DE PROPUESTAS.....	90
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	92
	CONCLUSIONES	92
	RECOMENDACIONES	93
	REFERENCIAS	94

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 MODELO DE CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN PARA EL ACERO Q235B CONFORMADO EN CALIENTE PARA CARGAS MONOTÓNICAS	11
FIGURA 2 MODELO DE CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN PARA ACERO Q235B CONFORMADO EN CALIENTE PARA CARGAS CÍCLICAS	12
FIGURA 3 DIAGRAMA LIMITADO ESFUERZO-DEFORMACIÓN TÍPICO DE ACERO AL CARBONO	17
FIGURA 4 REPRESENTACIÓN DEL ENSAYO DE FLEXO-COMPRESIÓN PARA COLUMNAS METÁLICAS	18
FIGURA 5 CURVAS HISTERÉTICAS TÍPICAS PARA EL ACERO Q235B.....	19
FIGURA 6 DIAGRAMA MOMENTO-ROTACIÓN	20
FIGURA 7 DIAGRAMA HISTERÉTICO	21
FIGURA 8 PARÁMETROS PARA LA ROTACIÓN PLÁSTICA EN LA SKELETON CURVE NORMALIZADA	21
FIGURA 9 ESQUEMA METODOLÓGICO	27
FIGURA 10 DIMENSIONES DE LOS ESPECÍMENES ENSAYADOS.....	30
FIGURA 11 SECCIÓN TÍPICA DE ENSAYO.....	30
FIGURA 12 ELABORACIÓN DE SECCIÓN TRANSVERSAL EN ABAQUS	32
FIGURA 13 DEFINICIÓN DE LONGITUD Y ESPESOR EN ABAQUS.....	33
FIGURA 14 PROPIEDADES ELÁSTICAS EN ABAQUS	33
FIGURA 15 PROPIEDADES PLÁSTICAS EN ABAQUS.....	34
FIGURA 16 DEFINICIÓN DE ESPESOR EN ABAQUS	34
FIGURA 17 SECCIÓN ASIGNADA A MODELO GEOMÉTRICO EN ABAQUS.....	35
FIGURA 18 ENSAMBLADO DE PARTES EN ABAQUS	36
FIGURA 19 STEPS DE ENSAYO EN ABAQUS	36
FIGURA 20 PUNTOS DE REFERENCIA EN MODELO DE ABAQUS.....	37
FIGURA 21 CARGA AXIAL, DESPLAZAMIENTOS CÍCLICOS Y BASE RESTRINGIDA EN ABAQUS. 38	
FIGURA 22 ELEMENTO MALLADO PARA ANÁLISIS EN ABAQUS.....	38
FIGURA 23 COMPARACIÓN DE ENSAYOS EXPERIMENTALES CON MODELOS NUMÉRICOS PROPIOS	39
FIGURA 24 CURVAS HISTERÉTICAS PARA S-3-4	40
FIGURA 25 CURVAS HISTERÉTICAS PARA S-4-6	40
FIGURA 26 CURVAS HISTERÉTICAS PARA S-1-0	41
FIGURA 27 CURVAS HISTERÉTICAS PARA S-5-6	42

FIGURA 28 CURVAS HISTERÉTICAS PARA S-2-6	42
FIGURA 29 DIRECCIÓN DE ANÁLISIS	45
FIGURA 33 EXPLICACIÓN GRÁFICA DEL CÁLCULO DE LA INERCIA	52
FIGURA 34 DIAGRAMA INICIAL PARA EL CÁLCULO DEL MOMENTO PLÁSTICO	56
FIGURA 35 DESCOMPOSICIÓN DEL DIAGRAMA INICIAL PARA EL CÁLCULO DEL MOMENTO PLÁSTICO.....	56
FIGURA 36 DISTANCIA QUE OCUPA LA CARGA AXIAL	57
FIGURA 37 DISTANCIA OCUPADA POR LOS ESFUERZOS DE FLEXIÓN	57
FIGURA 38 REGIONES POR ANALIZAR	58
FIGURA 39 UBICACIÓN DE LOS CENTROIDES	59
FIGURA 40 MODELO DE SKELETON CURVE.....	62
FIGURA 41 PARÁMETROS PARA LA ROTACIÓN PLÁSTICA EN LA SKELETON CURVE NORMALIZADA	63
FIGURA 42 VALORES APROXIMADOS DEL FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA.....	69
FIGURA 43 GRÁFICA COMPARATIVA DE S Y R USANDO LA EXPRESIÓN DE (BUSTAMANTE-MORA ET AL., 2025).....	71
FIGURA 44 GRÁFICA COMPARATIVA DE S Y R_0 USANDO LA EXPRESIÓN DE (BUSTAMANTE-MORA ET AL., 2025).....	71
FIGURA 45 GRÁFICA COMPARATIVA DE S Y R USANDO LA PROPUESTA	73
FIGURA 46 GRÁFICA COMPARATIVA DE S Y R_0 USANDO LA PROPUESTA	73
FIGURA 47 COMPARATIVA DE CURVA DE PROPUESTA CON LOS DATOS DE EXPERIMENTALES DEL MEF - R.....	75
FIGURA 48 COMPARATIVA DE CURVA DE PROPUESTA CON LOS DATOS DE EXPERIMENTALES DEL MEF - R_0	75
FIGURA 50 GRÁFICA COMPARATIVA DE DISPERSIÓN DEL RATIO μ_u / μ_{FE} SEGÚN EL NIVEL DE CARGA AXIAL	82
FIGURA 51 GRÁFICA COMPARATIVA DE DISPERSIÓN ϕ Y $\mu_{corregido} / \mu_{FE}$	87
FIGURA 52 GRÁFICA COMPARATIVA DE DISPERSIÓN NIVEL DE CARGA AXIAL n Y $\mu_{corregido} /$ μ_{FE}	88
FIGURA 53 COMPARACIÓN ENTRE LA PROPUESTA PARA θ_y Y LOS VALORES DE LOS ELEMENTOS FINITOS.....	89
FIGURA 54 REPRESENTACIÓN TRI-LINEAR ESTÁNDAR DE CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN	90
FIGURA 55 COMPARACIÓN DE CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN ENTRE MODELOS PROPUESTOS Y LAS OBTENIDAS POR LOS ELEMENTOS FINITOS	91

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1	ANÁLISIS DE VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES	6
TABLA 2	MATRIZ DEL ESTADO DEL ARTE	8
TABLA 3	VALORES DE K_1 , K_2 Y K_3	11
TABLA 4	MATRIZ NORMATIVA	22
TABLA 5	MATRIZ OBJETIVOS/MÉTODOS	26
TABLA 6	ESPECÍMENES ENSAYADOS	29
TABLA 7	PROPIEDADES DEL MATERIAL USADAS.....	31
TABLA 8	ENSAYOS EXPERIMENTALES VALIDADOS.....	32
TABLA 9	PARÁMETROS Y RANGOS DE VARIACIÓN PARA EL ESTUDIO PARAMÉTRICO	45
TABLA 10	PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LOS MODELOS ACEPTADOS	47
TABLA 11	CÁLCULO DE INERCIA PARA CADA MODELO NUMÉRICO	52
TABLA 12	RESUMEN DEL CÁLCULO DEL MOMENTO PLÁSTICO.....	59
TABLA 13	CÁLCULOS RESUMEN PARA CAPACIDADES DE ROTACIÓN	64
TABLA 14	VALORES DE R_y Y R_t PARA ACERO	77
TABLA 15	VALORES DEL MOMENTO ÚLTIMO TEÓRICO, MOMENTO ÚLTIMO DE LOS ELEMENTOS FINITOS Y EL COCIENTE ENTRE AMBOS.....	78
TABLA 16	FACTORES EMPÍRICOS PROPUESTOS	84
TABLA 17	CÁLCULO DE FACTOR PROPUESTO, MOMENTO ÚLTIMO CORREGIDO Y EL COCIENTE ENTRE ESTE VALOR Y EL MOMENTO ÚLTIMO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	84

INTRODUCCIÓN

Los elementos finitos representan una herramienta o método de alta precisión para estudiar el comportamiento de los materiales bajo diversos efectos y, gracias a la continua mejora tecnológica tanto en equipos de cómputo como en softwares, ahora es más accesible la aplicación de este método para nuevos estudios complejos y, en este caso, de elementos estructurales.

Desde pequeños esfuerzos locales, hasta grandes deformaciones totales del elemento, esta metodología incluye un abanico considerable de efectos mecánicos, térmicos y otros que, para el presente estudio, afecten al comportamiento de columnas de acero al carbono que, comparándolo con métodos antiguos y conservadores, si incluyen variables suficientes para estimar de forma muy aproximada, los efectos que ocurren en la realidad.

Por consiguiente, en la presente investigación se aplicarán los modelos de elementos finitos para obtener e interpretar resultados, estimar y proponer expresiones que den resultados más precisos para la capacidad de rotación y cálculo de momentos últimos de columnas de acero al carbono con sección rectangular hueca (HSS).

Con la aplicación de estas expresiones se busca obtener resultados optimizados y certeros para las columnas metálicas de sección hueca que cumplan con determinados parámetros, y dar paso a diseños más exactos, optimizados y económicos, en comparación a los métodos tradicionales/conservadores.

La presente investigación se estructura en seis capítulos. El Capítulo I plantea el problema de investigación, expone la justificación del estudio y establece la hipótesis, los objetivos y las variables consideradas. El Capítulo II desarrolla el estado del arte de las investigaciones más relevantes sobre el comportamiento de elementos metálicos bajo cargas cíclicas, el marco conceptual referente al acero al carbono, los modelos constitutivos, el método de elementos finitos, las columnas metálicas, y los conceptos de diagrama histerético, diagrama momento-rotación y capacidad de rotación; finalmente, se expone el marco legal aplicable. El Capítulo III describe la metodología empleada, definiendo el tipo de investigación, los métodos utilizados y el esquema metodológico que vincula los objetivos con los procedimientos. El Capítulo IV presenta la validación del modelo numérico desarrollado en ABAQUS, contrastando los resultados computacionales con los ensayos experimentales disponibles en la literatura. El Capítulo V aborda la definición paramétrica del estudio, detallando los rangos de

variación de los parámetros considerados, los modelos analizados y los cálculos auxiliares de inercia y momento plástico. Finalmente, el Capítulo VI presenta la propuesta de expresiones para predecir el comportamiento de columnas bajo flexo-compresión por cargas cíclicas mediante el diagrama momento-rotación, incluyendo la parametrización de la capacidad de rotación, la propuesta de expresiones para el momento último, la validación de la rotación de fluencia y la verificación de las propuestas.





CAPÍTULO I

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. PROBLEMÁTICA DE LA INVESTIGACIÓN

En los continentes de Europa, Asia, Oceanía y países como Estados Unidos se está optando por nuevas tendencias que resuelven estructuras metálicas de una manera más directa y precisa, utilizando como principal herramienta los modelos de elementos finitos, puesto que, según González-de-León et al. (2022b), consideran el comportamiento no lineal del material que no se toma en cuenta en los métodos tradicionales. Esto permite reducir el tiempo de cálculo y conlleva a obtener diseños más eficientes, puesto que se aprovechan las propiedades no lineales del material, así como la respuesta ante acciones cíclicas, las cuales incrementan la capacidad resistente de la estructura según Walport et al. (2019). En Europa, Afshan and Gardner (2013) y Bock et al. (2015) realizaron estudios en secciones robustas, Zhao et al. (2017) en secciones esbeltas y Arrayago et al. (2020) en elementos.

En Perú, la actual metodología de cálculo de estructuras de acero está basada en procesos iterativos, largos y complicados. El gran inconveniente es que elaborar modelos de elementos finitos suficientemente precisos para el cálculo no es sencillo, además de requerir un modelo específico para cada caso particular. Asimismo, en comparativa con Europa, en Perú no existen propuestas investigativas de este tipo.

La investigación a continuación tiene como finalidad plantear expresiones actualizadas que ayuden a la precisión de cálculo en el comportamiento de las columnas de acero al carbono de sección hueca rectangular, siendo un primer paso para el diseño eficiente de estos elementos. El enfoque de este estudio se dará en columnas de acero al carbono, y de sección hueca rectangular, dado que el material y secciones son comerciales en el contexto nacional.

1.2. JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

1.2.1. JUSTIFICACIÓN SOCIAL

Para esta investigación se ha tomado en cuenta las columnas de acero de sección hueca dado que son muy utilizadas según Segura et al. (2023); mientras que el material más requerido en Perú es el acero al carbono. Es así como la investigación busca ser relevante en el contexto social del país.

1.2.2. JUSTIFICACIÓN ECONÓMICA Y AMBIENTAL

La presente investigación será un paso importante para que, con investigaciones complementarias, los ingenieros del medio puedan obtener diseños óptimos de forma sencilla, ahorrando así recursos y economizando los proyectos en general. Asimismo, al economizar el

uso de acero, se reduce la contaminación que generada por la producción de este según ClimateScience (2023).

1.2.3. JUSTIFICACIÓN TECNOLÓGICA

El cálculo de columnas de acero es bastante complejo debido a que son muchos los factores que afectan su comportamiento (pandeo por flexión, pandeo por torsión, imperfecciones locales, imperfecciones globales, etc.). Actualmente, ya existen nuevas tendencias que han demostrado resultados óptimos; sin embargo, estas se basan principalmente en modelos de elementos finitos; técnica moderna y computacional con la cual no están familiarizados la mayor parte de ingenieros del medio. De esta forma, la investigación se justifica desde lo tecnológico.

1.2.4. JUSTIFICACIÓN POLÍTICO/INSTITUCIONAL

La presente investigación busca dar el primer paso que sea la base hacia diseños eficientes de columnas metálicas en Perú y sirviendo como base a futuras investigaciones que puedan complementar, actualizar las normas y métodos nacionales.

1.3. HIPÓTESIS

La implementación de M.E.F. en el proceso de cálculo de columnas metálicas de sección hueca mejorará la eficiencia y precisión de la predicción de su comportamiento estructural en comparación con métodos tradicionales.

1.4. OBJETIVOS

1.4.1. OBJETIVO GENERAL

OG1. Proponer expresiones sencillas que permitan predecir la respuesta de columnas metálicas de sección hueca sometidas a cargas cíclicas, mediante el diagrama momento rotación, utilizando nuevas tendencias de cálculo basadas en modelos de elementos finitos.

1.4.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

OE1. Obtener data experimental de ensayos de cargas cíclicas a partir de la literatura disponible.

OE2. Desarrollar y validar el modelo computacional de MEF.

OE3. Establecer las propiedades paramétricas que influyen en la capacidad de rotación y momento último de una columna metálica tubular de acero al carbono.

OE4. Analizar y estudiar los resultados computacionales obtenidos de los elementos finitos.

OE5. Formulación de expresiones que describan el comportamiento de columnas metálicas tubulares de acero al carbono mediante la propuesta del diagrama momento rotación.

1.5. VARIABLES

Sabiendo que las variables dependientes cambiarán según el manejo o manipulación que se les dé a las independientes, tal como una relación causa – efecto, la Tabla 1 muestra el análisis de estas.

Tabla 1
Análisis de variables dependientes e independientes

Variables		Indicadores
Dependientes	Eficiencia de predicción de comportamiento estructural.	Expresiones de cálculo. Análisis de múltiples modelos.
Independientes	Modelo de elementos finitos de columna metálica. Dimensiones de columnas metálicas de sección hueca.	Propiedades físicas del material. Cargas cíclicas por aplicar

Nota. Elaboración propia.



CAPÍTULO II

2. FUNDAMENTO TEÓRICO

2.1. ESTADO DEL ARTE

A continuación, se presenta la Tabla 2, donde se tienen las principales fuentes de información tomadas para esta investigación. Nótese que se usa la nomenclatura A1, A2, etc. para referirse a artículos científicos, mientras T1, T2, etc. se refiere a tesis de pregrado.

Tabla 2

Matriz del estado del arte

ID	AUTOR	RELEVANCIA	MÉTODO	GRUPOS DE ENSAYO
A1	González-de-León et al. (2022b)	Estudio de vigas de acero inoxidable sometidas a cargas cíclicas (sismo), propone expresiones sencillas para estimar la capacidad de rotación de elementos de sección hueca rectangular.	Modelamiento de elementos finitos y uso del CSM.	120 vigas de sección hueca de acero inoxidable.
A2	Walport et al. (2019)	Información sobre efectos de segundo orden en pórticos estructurales como resultado de deformaciones bajo carga (no linealidad geométrica), presentando un estudio de estos efectos en acero inoxidable.	Diferentes cargas aplicadas a configuraciones de pórticos diferentes.	100 modelos realizados en total.
A3	Bock et al. (2015)	Respuesta y pandeo del acero inoxidable utilizando el software ABAQUS y proponiendo la modificación de los límites de esbeltez del material y ancho efectivo del Eurocódigo.	Modelamiento de elementos finitos.	Grupo de diferentes elementos modelados en software.
A4	Afshan and Gardner (2013)	Posible modificación de normas de diseño más económicas acordes con la respuesta del acero, con una curva de tensión-deformación redondeada por los efectos del endurecimiento por deformación.	Uso del CSM y adaptación a una forma simplificada.	140 muestras ensayadas.
A5	Zhao et al. (2017)	Mejora de nivel de precisión, consistencia y eficiencia de diseño para secciones transversales delgadas de acero inoxidable sometidas a cargas de compresión, flexión y cargas combinadas.	Uso del CSM.	794 resultados en base a modelos de secciones.
A6	Arrayago et al. (2020)	Información adicional a un método para el diseño de columnas de sección hueca tubular con parámetros como el de imperfección, en base a características como la esbeltez.	Uso del CSM y aplicación de la formulación de Ayrton-Perry con su enfoque elástico y de fluencia.	188 pruebas hechas en total.

ID	AUTOR	RELEVANCIA	MÉTODO	GRUPOS DE ENSAYO
A7	Segura et al. (2023)	Nueva formulación para estimar resistencia a flexión de uniones en T.	Uso del método CSM, así como modelamiento de elementos finitos.	444 modelos de elementos finitos.
A8	Arrayago et al. (2021)	Extensión al diseño de elementos de acero inoxidable sometidos a la combinación de compresión y momento flector, basándose en datos experimentales y resultados numéricos.	Predicciones de resistencia de vigas – columnas usando el CSM y el Eurocódigo 3.	108 pruebas hechas en total.
A9	González-de-León et al. (2022a)	Estudio del comportamiento de elementos estructurales bajo cargas cíclicas para planificar experimentos a futuro y validar análisis numéricos.	Elaboración de esquemas de carga e instrumentación, valores de carga-desplazamientos y momento-rotación.	3 secciones transversales para diferentes ensayos.
A10	Gardner et al. (2023)	Integración de los límites de deformación del CSM en un marco de diseño mediante análisis inelástico de segundo orden.	Revisión de los antecedentes y reciente desarrollo del CSM.	6 elementos de acero.
A11	Shi et al. (2011)	Estudio del comportamiento mecánico del acero estructural Q235B y Q345B.	Experimentos en laboratorio fatigando columnas de acero.	50 elementos de acero.
A12	Su et al. (2006)	Estudio del comportamiento cíclico de columnas de acero con sección cajón.	Ensayos experimentales en columnas de acero.	15 elementos de acero.
A13	Bustamante-Mora et al. (2025)	Expresiones para predecir la capacidad de rotación de miembros de acero inoxidable austenítico sometidos a carga axial constante y flexión cíclica.	Validación y modelamiento de elementos finitos.	98 modelos de elementos finitos.
T1	Sánchez and Peña	Se aplica el MEF a cimentación de pilotes de acero.	Modelamiento de elementos finitos.	10 modelos de elementos finitos.
T2	Guardamino León (2013)	Estudio general teórico y numérico de los materiales simulados en software de elementos finitos.	Modelado por elementos finitos (FEM) en ANSYS.	Estudio de impacto longitudinal, transversal y torsional en vigas.

Nota. Elaboración propia.

En síntesis, se observa cómo existen términos claves de la investigación, como la utilización del modelo de material de Shi et al. (2011), así como el modelamiento en elementos finitos y validación de expresiones realizado por Bustamante-Mora et al. (2025). Nótese que se realizan ensayos en laboratorio, que luego sirven de base para validar el modelo numérico y posteriormente realizar una parametrización.

2.2. MARCO CONCEPTUAL

2.2.1. ACERO AL CARBONO

El acero es uno de los materiales más importantes para el desarrollo industrial moderno. Su producción anual supera los 1900 millones de toneladas y abastece a diversos sectores según World Steel Association (2025). Dentro de la variedad de aceros, el acero al carbono es uno de los que predomina en el mercado peruano, debido a su balance entre resistencia, costos, disponibilidad y facilidad de procesamiento según Li et al. (2023).

El acero al carbono es una aleación de hierro y carbono, cuyo contenido de este último puede variar entre 0.05% y 2.0%, además de pequeñas cantidades de manganeso, silicio, fósforo y azufre que forman parte del proceso de fabricación según Bhadeshia and Honeycombe (2017). El contenido de carbono es importante para las propiedades mecánicas del acero: a mayor cantidad, mayor resistencia y dureza, pero menor ductilidad y soldabilidad. Se divide en tres grandes grupos:

- **Acero al carbono bajo:** contenido menor al 0.25%.
- **Acero al carbono medio:** contenido entre 0.25% y 0.60%.
- **Acero al carbono alto:** contenido mayor a 0.60%.

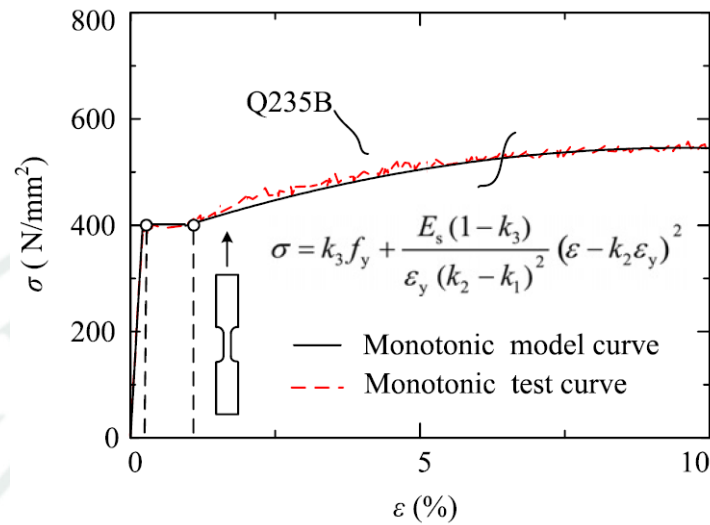
Para fines de la presente investigación, se usa el acero al carbono bajo, dado que es el material usado en los perfiles tubulares estructurales usados sometidos a cargas combinadas. En el contexto nacional, este material se comercializa en Perú bajo las especificaciones ASTM A36 (American Society for Testing and Materials, 2019a), A500 (American Society for Testing and Materials, 2023) y A501 (American Society for Testing and Materials, 2021).

2.2.2. CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL ACERO AL CARBONO CONFORMADO EN CALIENTE CONSIDERANDO CARGAS MONOTÓNICAS

El modelo de curva esfuerzo-deformación del acero Q235B conformado en caliente considerando solo las cargas monotónicas fue propuesto por Shi et al. (2011). A continuación, se muestra el modelo propuesto en la Figura 1.

Figura 1

Modelo de curva esfuerzo-deformación para el acero Q235B conformado en caliente para cargas monotónicas



Nota. Reproducido de Shi et al. (2011).

De la Figura 1, se analiza que la curva se divide en una etapa elástica, etapa de fluencia, etapa de endurecimiento por fluencia y una segunda etapa de endurecimiento. Las variables que describen la curva son, E_s (Módulo de Young), f_y (Esfuerzo de fluencia), ε_y (Deformación de fluencia), k_1, k_2, k_3 (Valores de control de forma de curva) y f_u (Esfuerzo último). Asimismo, se observa una buena correlación entre la curva experimental y la curva propuesta. La ecuación que describe la curva esfuerzo-deformación mostrada en la Figura 1 es:

$$\sigma = \begin{cases} E_s \varepsilon & (\varepsilon \leq \varepsilon_y) \\ f_y & (\varepsilon_y \leq \varepsilon \leq k_1 \varepsilon_y) \\ k_3 f_y + \frac{E_s(1-k_3)}{\varepsilon_y(k_2-k_1)^2} (\varepsilon - k_2 \varepsilon_y)^2 & (k_1 \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq k_2 \varepsilon_y) \\ f_u & (\varepsilon \geq k_2 \varepsilon_y) \end{cases} \quad \text{Ec. 1}$$

Los coeficientes k_1, k_2 y k_3 , según los resultados experimentales de Shi et al. (2011), tienen los siguientes valores como se observa en la Tabla 3:

Tabla 3

Valores de k_1, k_2 y k_3

Tipo de Acero	k_1	k_2	k_3
Q235B	5	46	1.44
Q345B	4.5	45	1.35

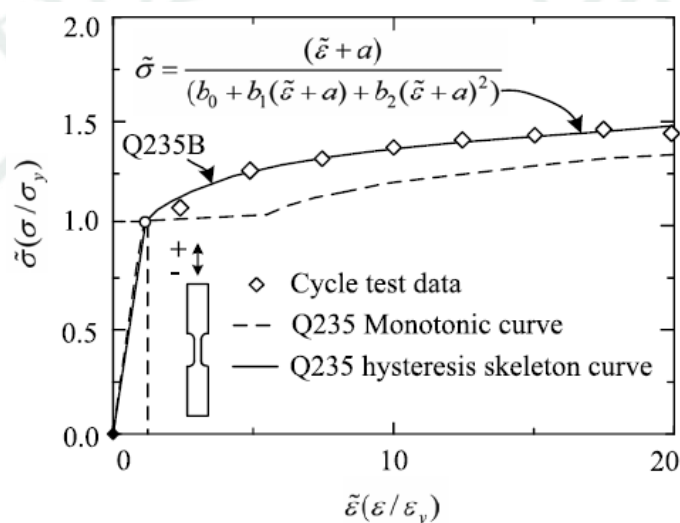
Nota. Elaboración propia.

2.2.3. CURVA ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL ACERO AL CARBONO CONFORMADO EN CALIENTE CONSIDERANDO CARGAS CÍCLICAS

El modelo de curva esfuerzo-deformación del acero Q235B conformado en caliente usado en la presente investigación se obtiene de Shi et al. (2011). A continuación, se muestra el modelo propuesto en la Figura 2.

Figura 2

Modelo de curva esfuerzo-deformación para acero Q235B conformado en caliente para cargas cíclicas



Nota. Reproducido de Shi et al. (2011).

De la Figura 2, se analiza que la curva del material depende de los coeficientes de los esfuerzos y deformaciones entre los esfuerzos y deformaciones de fluencia. Asimismo, la primera parte de la curva es una pendiente lineal para la zona elástica hasta que el coeficiente del esfuerzo y el esfuerzo de fluencia es 1. La variable $\tilde{\varepsilon}$ representa a $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon/\varepsilon_y$ y se le denominó deformación de regularización, mismo caso dado con el esfuerzo de regularización ($\tilde{\sigma}$). Seguidamente, se ve la parte de endurecimiento por deformación debido a los desplazamientos cíclicos, donde los coeficientes a , b_0 , b_1 y b_2 son aquellos que controlan la forma de la curva y se apoyan de las expresiones que serán descritas a continuación:

$$\tilde{\sigma} = \begin{cases} \tilde{\varepsilon} \\ \frac{(\tilde{\varepsilon} + a)}{(b_0 + b_1(\tilde{\varepsilon} + a) + b_2(\tilde{\varepsilon} + a)^2)} \end{cases} \quad \text{Ec. 2}$$

Donde:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_y \quad \text{Ec. 3}$$

$$\tilde{\sigma} = \sigma / \sigma_y \quad \text{Ec. 4}$$

$$a = 5.796; b_0 = 2.486; b_1 = 0.608; b_2 = -0.00046$$

Donde:

ε : Deformación.

ε_y : Deformación de fluencia.

σ : Esfuerzo.

σ_y : Esfuerzo de fluencia.

Como se observa en la Figura 2, esta propuesta para la curva esfuerzo-deformación se comparó con resultados de ensayos experimentales, donde se ve que hay una buena correlación entre la data experimental con la propuesta de la curva esfuerzo-deformación.

2.2.4. ELEMENTOS FINITOS

Como se ha observado en las investigaciones revisadas en el estado del arte, se utilizan uno de los métodos más relevantes y significativos en la actualidad, el método de elementos finitos.

Según Rao (2017), este método es una técnica numérica para resolver ecuaciones diferenciales parciales que describen el comportamiento de sistemas físicos cuya solución analítica resulta inviable debido a la complejidad de su geometría, condiciones de frontera o propiedades del material. Su principio fundamental consiste en sustituir el problema continuo por uno discreto, dividiendo el dominio de análisis en un conjunto de subdominios de menor tamaño, denominados elementos, los cuales se encuentran interconectados a través de puntos llamados nodos. Sobre cada elemento se aproxima la solución mediante funciones de interpolación, también conocidas como funciones de forma que, según Zienkiewicz et al. (2014), permiten expresar el campo de desplazamientos, esfuerzos o cualquier otra variable de interés en términos de los valores nodales. Posteriormente, las ecuaciones locales de cada elemento se ensamblan en un sistema global de ecuaciones algebraicas, cuya solución proporciona una aproximación al comportamiento del sistema completo.

2.2.5. TIPOS DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos requiere discretizar el dominio del problema mediante un conjunto de elementos cuya geometría, formulación matemática y orden de interpolación deben ser seleccionados en función de las características físicas y geométricas del componente bajo estudio. La elección adecuada del tipo de elemento es uno de los aspectos más determinantes de la precisión y eficiencia computacional del análisis según Bathe (2006) y Zienkiewicz et al. (2014). A continuación, se presenta una clasificación general de los principales tipos de elementos empleados en el análisis estructural, seguida del criterio de selección aplicado en la presente investigación:

- **Elementos de línea o unidimensionales (1D):** representan componentes cuya longitud predomina ampliamente sobre las otras dos dimensiones. Comprenden los elementos de armadura, que solo transmiten fuerzas axiales, y los elementos de viga, que adicionalmente transmiten momentos flectores y torsores. Son el tipo de elemento más usado por los ingenieros estructurales debido a su sencillez y bajo costo computacional según Belytschko et al. (1984).
- **Elementos de superficie o bidimensionales (2D):** representan componentes en los que una de las tres dimensiones, como el espesor, es significativamente menor que las otras dos. Se subdividen principalmente en elementos de membrana (sometidos solo a esfuerzos en su plano), elementos de placa (con flexión fuera del plano) y elementos shell o cáscara, que combinan ambos comportamientos y son los más versátiles para representar superficies curvas o paredes delgadas. Resultan particularmente apropiados para modelar perfiles tubulares, planchas, recipientes a presión y estructuras laminares en general según Zienkiewicz et al. (2014).
- **Elementos de sólidos o tridimensionales (3D):** denominados también elementos sólidos o continuos, representan dominios cuyas tres dimensiones son del mismo orden de magnitud. Son los más generales y pueden modelar cualquier geometría, pero el costo computacional asociado es considerablemente mayor que el de los elementos 1D y 2D según Bathe (2006).

La selección del tipo de elemento más adecuado debe responder a la geometría del componente y al fenómeno físico que se desea capturar. Para esta investigación, se tomará un elemento bidimensional, dado que las paredes del tubo son delgadas y los elementos Shell capturan adecuadamente este comportamiento. Si bien los elementos sólidos pueden representar cualquier estructura, incluyendo perfiles delgados o esbeltos, su empleo en componentes de

pared delgada conduce habitualmente a problemas numéricos como el bloqueo por cortante y a un costo computacional desproporcionado, motivo por el cual Bombarde et al. (2024) no recomiendan su uso en este tipo de aplicaciones.

2.2.6. ABAQUS

Para desarrollar este método, uno de los mejores softwares en su aplicación es el de ABAQUS; el cual, según Pan et al. (2022), es un software de simulación basado en elementos finitos, el cual resuelve diversos problemas desde básicos hasta complejos. Este software permitirá el modelamiento de las columnas metálicas con las dimensiones que se propongan, así como predecir su comportamiento mediante la validación con el modelo real y, posteriormente, ayudar con el desarrollo de la parametrización, así como se realizó en otras investigaciones como Arrayago et al. (2015), González-de-León et al. (2022b) y Theofanous and Gardner (2009).

La principal razón por la cual ABAQUS se ha consolidado como el estándar internacional para investigaciones avanzadas en estructuras metálicas es su capacidad para abordar simultáneamente las tres fuentes principales de no linealidad estructural según Rust (2015):

- **No linealidad material:** mediante modelos de plasticidad capaces de representar el endurecimiento por deformación isótropo, cinemático o combinado, esencial para reproducir el comportamiento del acero al carbono bajo cargas cíclicas.
- **No linealidad geométrica:** a través del manejo de grandes desplazamientos, grandes rotaciones y deformaciones finitas, lo cual es indispensable para capturar fenómenos como el pandeo local de las paredes de un perfil tubular delgado.
- **No linealidad por contacto:** que permite modelar la interacción entre superficies que se separan, deslizan o entran en contacto durante el análisis.

2.2.7. COLUMNAS METÁLICAS

Los modelos numéricos por realizar y que son parte de los objetivos de la presente investigación, son sobre las columnas, las cuales son elementos estructurales verticales cuya función es el soporte de las cargas verticales gravitacionales y la transferencia de estas hacia los cimientos; este elemento es indispensable, tanto como las vigas y losas, además que no solo se limita a edificios, pues está presente en casi cualquier sistema estructural. Su diseño está sujeto a factores como las cargas, la altura del edificio, condiciones del suelo, etc. Los materiales pueden variar, siendo los más comunes el concreto armado, madera, y para el

presente caso, de acero al carbono; asimismo la sección transversal puede ser circular, rectangular, perfil I, H, dependiendo del enfoque arquitectónico o estructural.

Las columnas ideadas para el ensayo, según el contexto nacional, se plantean del material metálico más común ya mencionado, el acero al carbono, fabricado en base al hierro y carbono mediante proceso de aleación, además de ser un material accesible usado en construcción como componentes estructurales, siendo una opción económica frente a otras aleaciones costosas resistentes a la corrosión según Dwivedi et al. (2017).

Estos elementos están sujetos a muchas propiedades importantes, incluyendo el detalle importante sobre la sección transversal, pues esta es hueca o tubular, siendo que posean diversos parámetros que influyen al ser sometidos a cargas cíclicas, siendo los más notorios e importantes, parámetros como el pandeo y la esbeltez.

2.2.8. DUCTILIDAD DE ELEMENTOS METÁLICOS

McCormac (2013) define a la ductilidad como la propiedad que tiene un material para soportar grandes deformaciones sin fallar bajo esfuerzos de tensión altos. Al poner a prueba un acero con bajo contenido de carbono, ocurre una reducción notable en la sección transversal y gran elongación en el punto de falla previo a la fractura, siendo que materiales que carezcan de dicha propiedad, son inaceptables y su modo de falla con mucha probabilidad será frágil, esto quiere decir que llegará a quebrarse al someterlo a un golpe repentino.

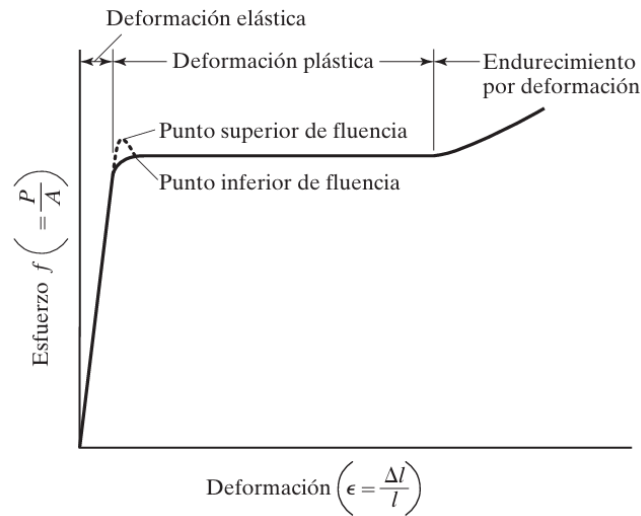
En miembros donde actúan cargas en diferentes zonas, se producen concentraciones considerables de esfuerzos en múltiples puntos y al ser el acero de naturaleza dúctil, puede existir fluencia local en esos puntos, evitando fallas grandes prematuras, además para fines de control y seguridad, las deflexiones notorias son evidencia de fallas inminentes, tal como el caso de las secciones estudiadas por Su et al. (2006), pues durante la aplicación de cargas cíclicas, se generaron deformaciones plásticas notorias, llamadas también abolladuras, localizadas en la zona inferior, tras una debilitación continua y fatiga por los ciclos repetidos de carga y descarga con inversión de esfuerzos.

2.2.9. FENÓMENO DE ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN

Este fenómeno es descrito por McCormac (2013), como aquel rango en el cual es necesario un esfuerzo adicional para producir mayor deformación, tras la deformación plástica. También indica que dicha porción del diagrama esfuerzo-deformación no resulta muy importante o relevante para ingenieros proyectistas pues finalmente las deformaciones son considerablemente mayores a la porción del endurecimiento por deformación.

Figura 3

Diagrama limitado esfuerzo-deformación típico de acero al carbono



Nota. Reproducido de McCormac (2013).

En la Figura 3 se muestra el diagrama típico de esfuerzo-deformación para acero al carbono, pero se presenta únicamente la parte inicial de la curva escalada horizontalmente debido a la gran deformación total que experimenta el elemento previo a la falla, hasta la porción en donde ocurre el endurecimiento por deformación. La forma de la gráfica puede variar dependiendo de la velocidad de carga, tipo de acero y temperatura. Para el caso de velocidad de carga, estas variaciones se muestran mediante la línea discontinua denominada como punto superior de fluencia, mientras que, para cargas lentas, corresponde el punto inferior de fluencia. Entonces, este fenómeno constituye una propiedad inherente del acero bajo cargas monotónicas como está representado en el diagrama mostrado, sin embargo, para solicitaciones cíclicas, este comportamiento evoluciona en función del protocolo de carga y se manifiesta como endurecimiento o ablandamiento cíclicos, descrito por Shi et al. (2011) en su estudio de comportamiento histerético, donde observa que el endurecimiento cíclico incrementa progresivamente su resistencia en ciclos sucesivos, esto como resultado de la acumulación de deformaciones plásticas.

2.2.10. APLICACIÓN DE CARGAS CÍCLICAS EN COLUMNAS METÁLICAS

Según Bruneau et al. (2011), el comportamiento de secciones sometidas a acciones sísmicas se caracteriza por la presencia de historias de carga, es decir, una secuencia total de cargas o deformaciones que se experimentan a lo largo del tiempo y en este proceso, los elementos estructurales como las columnas metálicas, sufren ciclos sucesivos de carga y descarga, con inversión del sentido de momentos aplicados. Este proceso iterativo da lugar a la

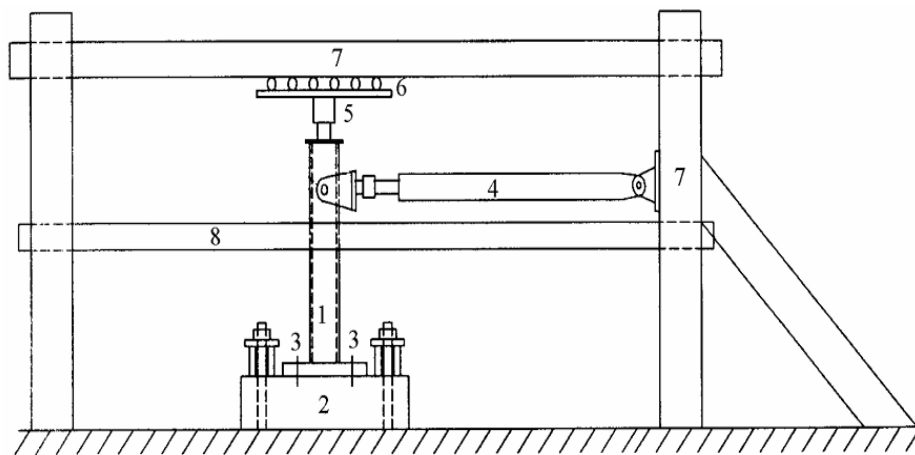
formación de curvas histeréticas y dependiendo del grado de los esfuerzos, una respuesta inelástica. En este contexto dichas solicitaciones se reconocen como cargas cíclicas.

Para el caso de columnas sometidas a flexo-compresión, estas cargas cíclicas implican la acción simultánea de una carga axial constante y momentos flectores, generando una respuesta no lineal caracterizada por la evolución de la plasticidad, acumulación de deformaciones y degradación progresiva de la rigidez, comportamiento que es representado mediante diagramas de momento-rotación, a partir de curvas histeréticas.

Este fenómeno puede ser simulado y estudiado en laboratorio, con especímenes de columnas metálicas reales y máquinas de ensayo como prensas o actuadores hidráulicos ensamblados en marcos fijos, tal como desarrollaron Bustamante-Mora et al. (2025), Fang et al. (2018), González-de-León et al. (2022b) y Su et al. (2006) bajo condiciones controladas y cuantificadas, tales como los protocolos de carga dados por el American Institute of Steel Construction (2022a), que definen la forma en la cual se aplican las cargas o deformaciones, incluyendo su magnitud, dirección, número de ciclos y forma de incremento a lo largo del tiempo.

Figura 4

Representación del ensayo de flexo-compresión para columnas metálicas



Nota. Reproducido de Su et al. (2006).

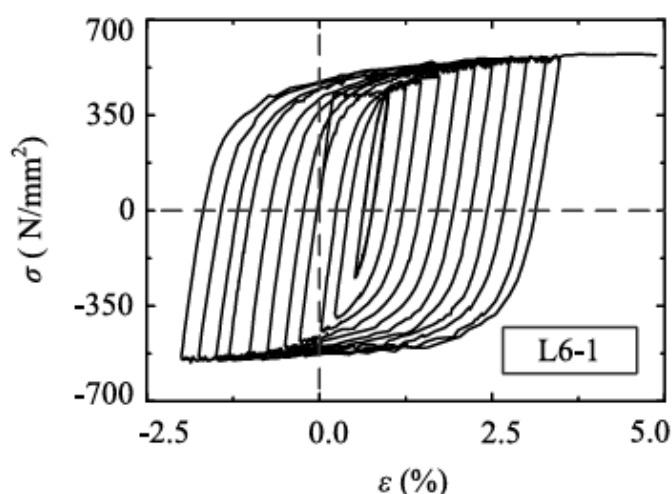
El procedimiento de ensayo llevado a cabo por Su et al. (2006), sigue el orden mostrado en la Figura 4. El espécimen (1) se empotra a la base o pedestal (2) mediante pernos de alta resistencia (3), en tanto que un actuador hidráulico horizontal (4) sujeta el espécimen para la aplicación de cargas cíclicas mientras se le aplica una carga axial mediante el actuador hidráulico vertical (5), que puede moverse lateralmente con un grado de libertad gracias al

apoyo móvil (6), mismo que está fijado al marco de ensayo (7) y en cuanto al arriostramiento lateral (8), se dispuso para evitar el pandeo lateral-torsional del elemento ensayado.

2.2.11. DIAGRAMA HISTERÉTICO

De acuerdo con Shi et al. (2011), el diagrama histerético representa la relación esfuerzo-deformación de un material sometido a cargas cíclicas, evidenciando la evolución de su comportamiento inelástico a lo largo de múltiples ciclos de carga y descarga. A diferencia de la respuesta monotónica, este tipo de representación incorpora efectos propios de la carga cíclica, es decir, los niveles de carga, amplitud de deformaciones y número de ciclos aplicados a los elementos.

Figura 5
Curvas histeréticas típicas para el acero Q235B



Nota. Reproducido de Shi et al. (2011).

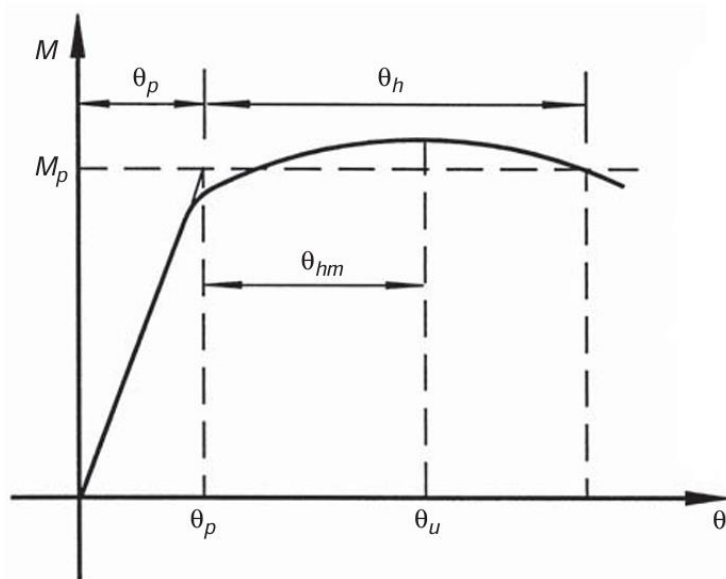
Una de las características principales de las curvas histeréticas es la ausencia de un punto de fluencia claramente definido, a diferencia de las curvas monotónicas. Cabe aclarar que, bajo sollicitaciones cíclicas, el acero puede presentar fenómenos de endurecimiento o ablandamiento, que puede modificar la relación esfuerzo-deformación, lo que lleva a una posible degradación progresiva en la ductilidad del material; además estos diagramas no se limitan a una única forma de representación en cuanto a las unidades, pues como se ve en la Figura 5, el esfuerzo se trabaja en N/mm^2 y la deformación en %, y como se verá en la sección referente a validación, se estudia las curvas histeréticas tomando el esfuerzo cortante V (kN) y deformación en mm . En el presente estudio, se emplea la representación momento-rotación ($kN \cdot m$, $\theta - rad$), la cual resulta adecuada para describir el comportamiento global de columnas sometidas a flexo-compresión, permitiendo además la determinación de parámetros fundamentales.

2.2.12. DIAGRAMA MOMENTO - ROTACIÓN

El comportamiento inelástico de los elementos estructurales puede representarse mediante relaciones momento-rotación, de acuerdo con Bruneau et al. (2011), las cuales describen la evolución del momento flector en función de la rotación desarrollada como se ve en la Figura 6.

Figura 6

Diagrama Momento-Rotación



Nota. Reproducido de Bruneau et al. (2011).

Este tipo de diagrama permite caracterizar tanto la respuesta elástica como inelástica del elemento, además de evaluar gráficamente la rigidez, resistencia y parámetros altamente relevantes para la presente investigación, como los valores de las rotaciones θ_y , θ_{Mu} y θ_u para hallar la capacidad de rotación. Por ello esta representación es ampliamente utilizada en el estudio del comportamiento sísmico de estructuras, como herramienta fundamental para el análisis estructural.

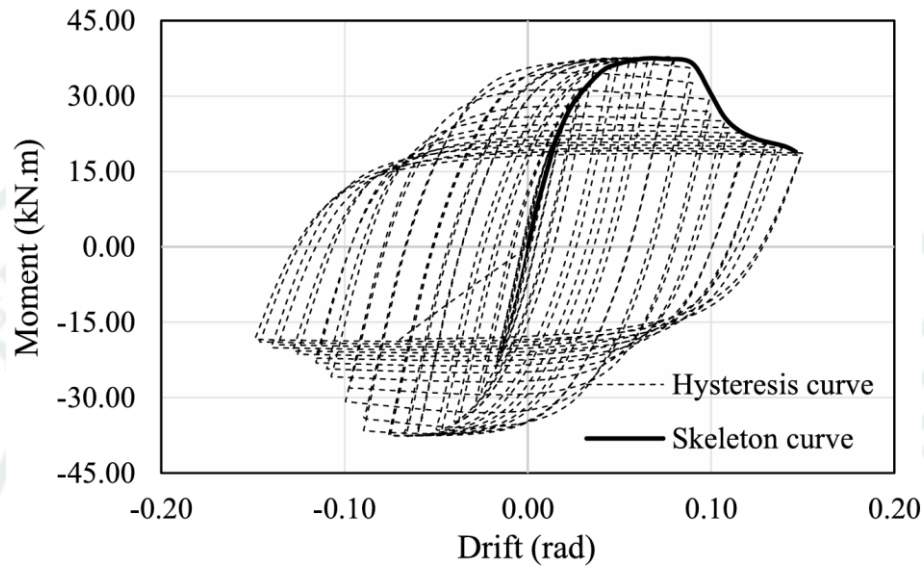
2.2.13. CAPACIDAD DE ROTACIÓN

De acuerdo con Bruneau et al. (2011), la capacidad de rotación se asocia a la propiedad de los elementos estructurales para desarrollar deformaciones inelásticas significativas manteniendo una porción sustancial de su capacidad resistente. En estructuras de acero, la capacidad de rotación también se encuentra limitada por fenómenos de inestabilidad local como abollamiento, esto condiciona la deformación máxima antes de la degradación resistente según Trahair et al. (2008). En términos cuantitativos, esta capacidad suele expresarse mediante la relación entre rotación última y rotación de fluencia.

La capacidad de rotación se puede obtener gracias a los diagramas de histéresis, pues estas gráficas pueden describir el comportamiento de los elementos al ser sometidos a cargas cíclicas, comparando el desplazamiento y los momentos, como se ve en la Figura 7.

Figura 7

Diagrama histérico

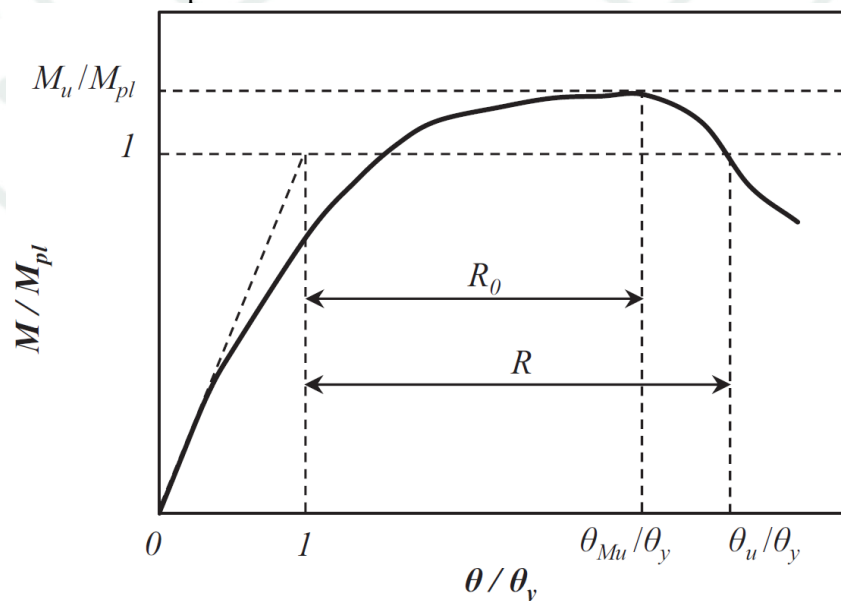


Nota. Reproducido de Bustamante-Mora et al. (2025).

La línea continua resaltada se denomina *skeleton curve*, es aquella envolvente de los valores máximos de respuesta obtenidos en cada ciclo de carga, que vendrían a ser las líneas discontinuas o *hysteresis curve*. Es a partir de esta curva que se obtienen los valores de rotación entre el tramo de desarrollo elástico y plástico. Dicha curva se analiza en la Figura 8.

Figura 8

Parámetros para la rotación plástica en la *skeleton curve* normalizada



Nota. Reproducido de González-de-León et al. (2022b).

Como se observa en la Figura 8, la curva momento-rotación se normalizó, dividiendo las rotaciones entre θ_y así como los momentos entre M_p , esto con el fin de obtener expresiones generales de las capacidades de rotación, tanto R_0 como R , a partir de los parámetros mencionados, donde R_0 representa la capacidad estable de rotación, es decir cuánto puede rotar plásticamente el elemento previo a alcanzar su momento máximo y por consiguiente un deterioro significativo; mientras que R , representa a la capacidad total de rotación, que describe toda la capacidad rotacional del elemento hasta llegar a la falla, considerando el deterioro de la resistencia y degradación del material según González-de-León et al. (2022b).

$$R = \frac{\theta_u}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 5}$$

$$R_0 = \frac{\theta_{Mu}}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 6}$$

Cabe resaltar que, θ_y es la rotación de fluencia, asociada al inicio del comportamiento inelástico, y se puede obtener proyectando la recta tangente de la zona elástica, hasta el punto de intersección con el valor de M_p (Momento plástico); la rotación correspondiente al momento máximo o θ_{Mu} es aquella ligada al momento último M_u , el valor más alto dentro de la curva momento-rotación, y la rotación última o θ_u corresponde a la máxima rotación que puede desarrollar el elemento previo a perder significativamente su resistencia y llegar al colapso.

2.3. MARCO LEGAL

La normativa más próxima para el diseño de elementos metálicos es la nacional, la misma que se pretende optimizar, sobre la sección de columnas metálicas tubulares o de sección hueca, esta norma está basada en otras extranjeras, que se adecuaron para el contexto nacional.

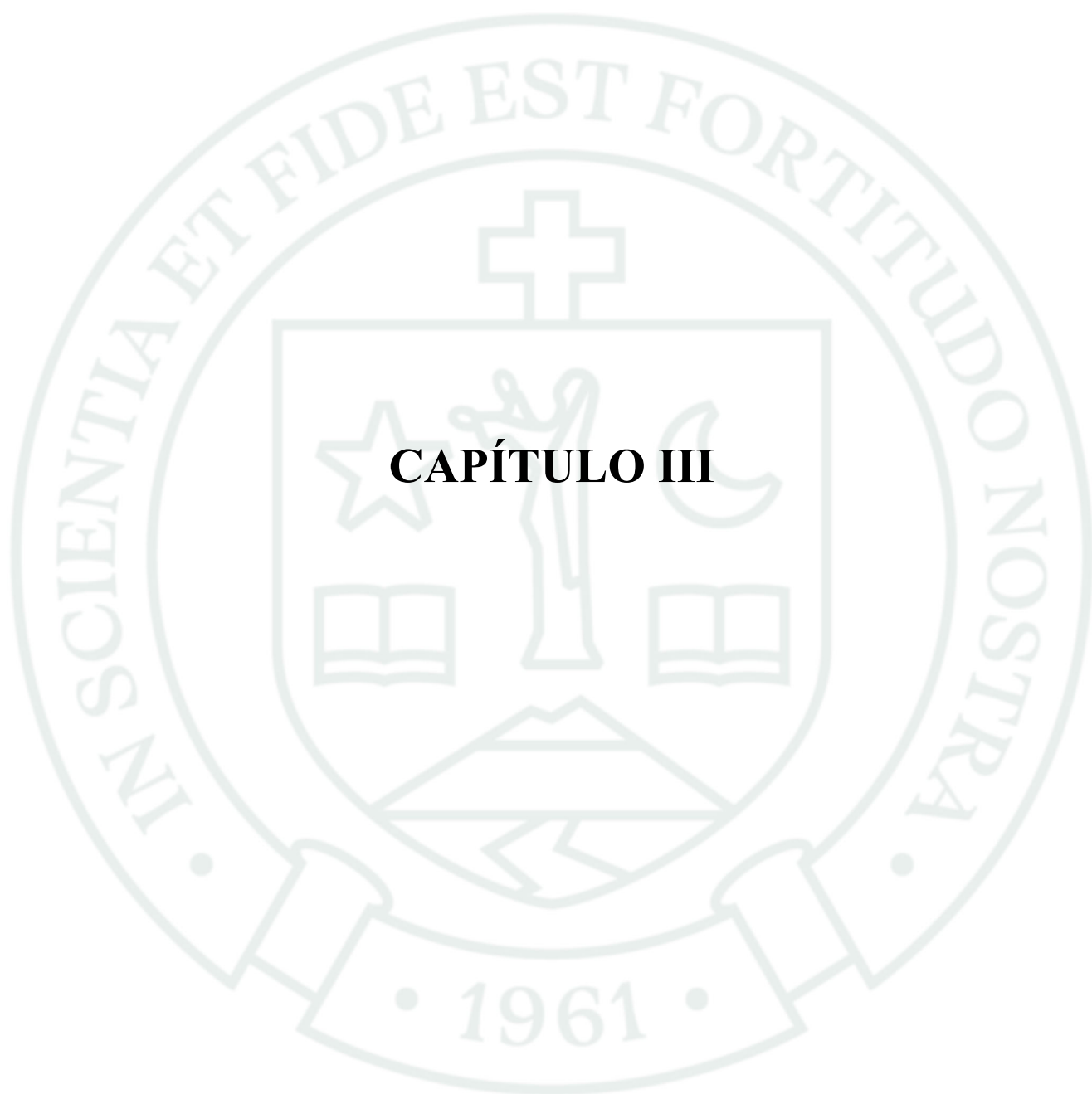
Se presenta la Tabla 4, donde se observan las normativas a considerar:

Tabla 4
Matriz normativa

ID	Normativa	Utilidad
N1	NTE E-090 (SENCICO, 2006)	Norma peruana, actual y vigente sobre estructuras metálicas, elaborada en 2004.
N2	ASTM A36 (American Society for Testing and Materials, 2019a)	Especificación técnica que define las propiedades mecánicas y químicas del acero al carbono utilizado en construcción.

ID	Normativa	Utilidad
N3	ASTM A242 (American Society for Testing and Materials, 2018)	Es una especificación para aceros resistentes a la intemperie, diseñados para resistir la corrosión atmosférica.
N4	ASTM A500, A501 (American Society for Testing and Materials, 2021, 2023)	Define requisitos para tubos y perfiles de acero estructural de pared delgada, utilizados en construcción. Se enfoca en tubos de acero al carbono de pared gruesa para aplicaciones estructurales, como columnas y pilares.
N5	ASTM A529 (American Society for Testing and Materials, 2019b)	Especifica aceros de alta resistencia utilizados en aplicaciones de construcción, como puentes y edificios. Estos aceros ofrecen una mayor resistencia y se utilizan en elementos estructurales que requieren soportar cargas significativas.

Nota. Elaboración propia.



CAPÍTULO III

3. METODOLOGIA

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

Según Borja Suárez (2016), la presente investigación, por el fin que se persigue, se trata de una investigación tecnológica pues se intenta modificar los métodos de cálculo pasados por unos nuevos y más precisos; asimismo, de acuerdo al tipo de datos analizados, se le puede caracterizar como cuantitativa pues con los datos que se recolecten se contestarán las preguntas de investigación, además de ser experimental, de acuerdo con la metodología para demostrar la hipótesis, ya que las variables son manipulables según se requiera durante los ensayos con modelos.

3.2. MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN

- M1. Revisión de literatura disponible:** Se recolectará información referente a los modelos para caracterizar la respuesta no lineal del acero al carbono, así como los métodos disponibles para predecir la capacidad resistente de los elementos de acero al carbono. Se revisarán investigaciones afines al presente estudio, que permitan conocer criterios y resultados obtenidos previamente sobre este tipo de estructuras, a nivel analítico, experimental y numérico.
- M2. Ensayos de laboratorio obtenidos de la literatura:** Se revisará la literatura disponible sobre ensayos experimentales en columnas de acero al carbono de sección hueca utilizando cargas cíclicas. Esto es de suma importancia para poder realizar la validación del modelo numérico y para obtener los lazos histeréticos, los cuales ayudarán al desarrollo de la investigación.
- M3. Validación de modelo numérico:** Tras revisar la información disponible, se utilizarán los resultados de ensayos experimentales para poder validar el modelo numérico que se utilizará en el presente estudio. Esto es de suma importancia, pues con esto se demostrará la confiabilidad que tienen los resultados obtenidos de los modelos de elementos finitos.
- M4. Delimitación y estudio paramétrico:** Se definirán los parámetros variables a considerar, basándose principalmente en valores de esbeltez (tanto a nivel local como de elemento), relaciones altura/anchura de las secciones transversales, nivel de carga axial y rigidez por flexión de la sección. Luego, se analizarán los 118 modelos de columnas aceptadas para tener una base de datos completa para cumplir con el objetivo de la investigación. Para lograr esto, se generará un código de programación que ejecutará órdenes al modelo de elementos finitos de manera automática y ordenada.

M5. Análisis de resultados y propuesta: Se ordenarán los resultados obtenidos, se analizará cuál es su relación con los distintos parámetros definidos previamente. Definidas las relaciones, se propondrán expresiones que sirvan para predecir el comportamiento de las columnas metálicas mediante la curva momento-rotación.

A continuación, se presenta la Tabla 5, que contiene los objetivos y su relación con los métodos planteados:

Tabla 5
Matriz objetivos/métodos

ID	OBJETIVO	MÉTODOS
1	OE1. Obtener data experimental de ensayos de cargas cíclicas a partir de la literatura disponible.	M1. Revisión de literatura disponible. M2. Ensayos de laboratorio obtenidos de la literatura.
2	OE2. Desarrollar y validar el modelo computacional de MEF.	M3. Validación de modelo numérico.
3	OE3. Establecer las propiedades paramétricas que influyen en la capacidad de rotación de una columna metálica tubular de acero al carbono.	M4. Delimitación paramétrica
4	OE4. Analizar y estudiar los resultados computacionales obtenidos de los elementos finitos.	M4. Estudio paramétrico
5	OE5. Formulación de expresiones que describan el comportamiento de columnas metálicas tubulares de acero al carbono mediante la curva momento-rotación.	M5. Análisis de resultados y propuesta

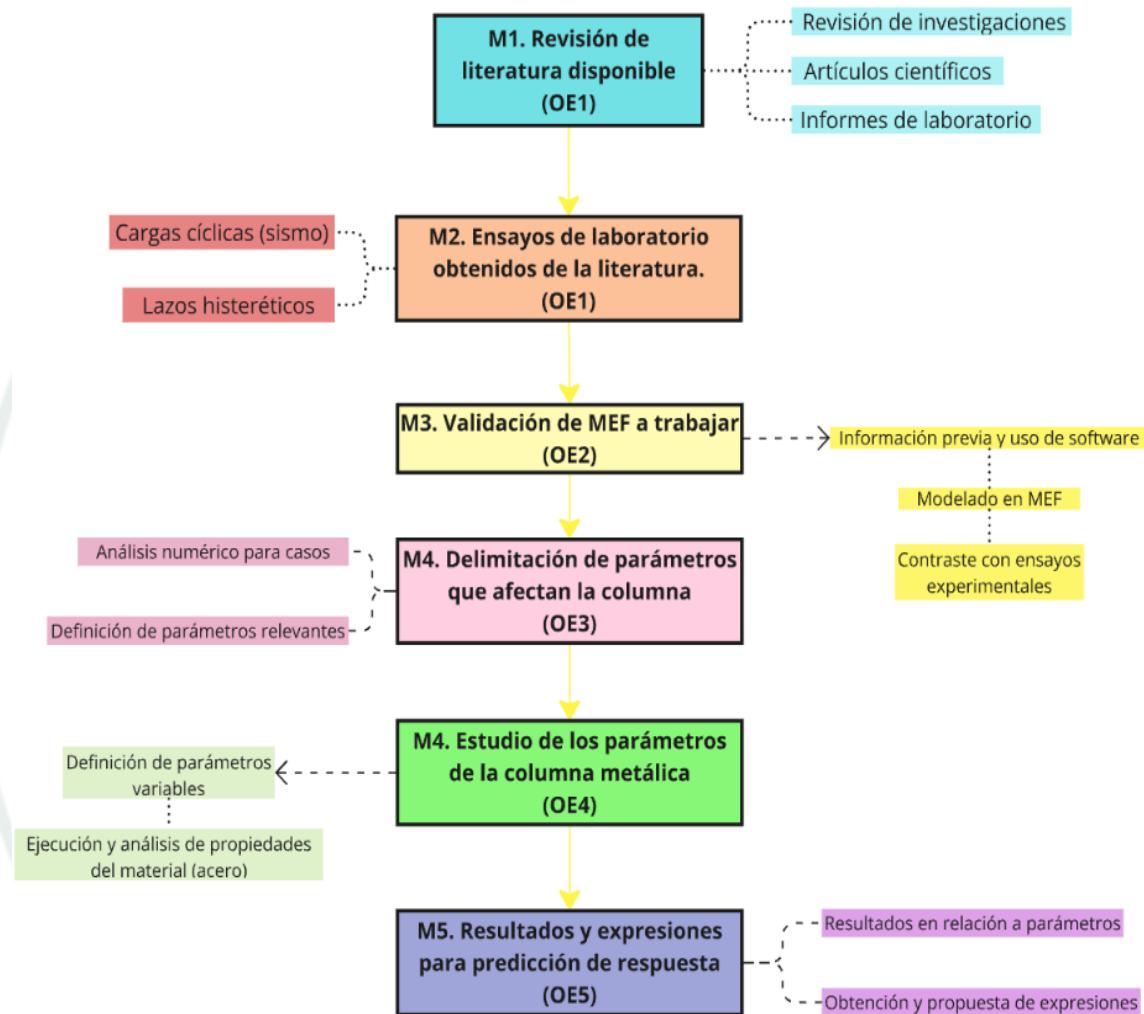
Nota. Elaboración propia.

3.3. ESQUEMA METODOLÓGICO

Se introduce el esquema metodológico en la Figura 9, que describe el proceso de arriba hacia abajo, para un mayor entendimiento de los métodos y su relación directa con los objetivos propuestos.

Figura 9

Esquema metodológico



Nota. Elaboración propia.



CAPÍTULO IV

4. VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Como se ha visto en la literatura, se debe realizar primero una validación entre un ensayo de laboratorio y los resultados computacionales obtenidos de modelar dicho ensayo. Para esto, se toma de base los ensayos realizados por Su et al. (2006) puesto que es en este artículo que se ensayan columnas rectangulares huecas de acero al carbono, lo cual es muy cercano a lo que se busca hacer en la presente investigación.

4.1. CARACTERISTICAS DEL MODELO DE ENSAYO EXPERIMENTAL

En el estudio de Su et al. (2006), se realizaron ensayos en columnas rectangulares de diversas dimensiones, las cuales serán presentadas en la Tabla 6 y se puede ver un detalle de los especímenes en la Figura 10.

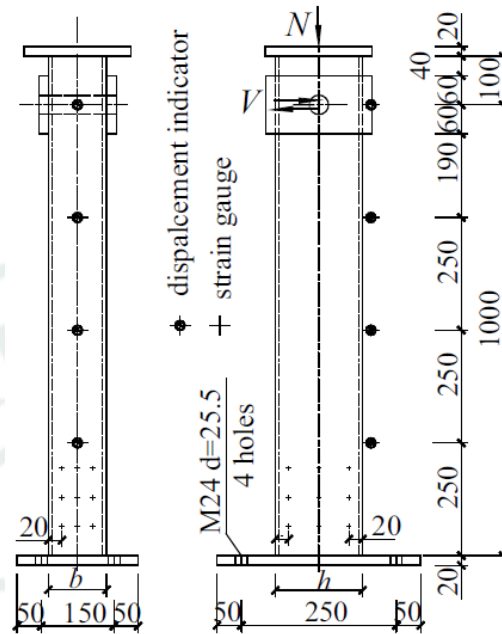
Tabla 6
Especímenes ensayados

ID	h (mm)	b (mm)	t _f , t _w (mm)	$N/A \cdot f_y$	δ_1 (mm)	δ_2 (mm)	Δ (mm)
S-1-0	92	76	4	0.0	10	20	10
S-2-0	133	94	4	0.0	7	10	10
S-3-0	134	116	4	0.0	7	10	10
S-4-0	173	116	4	0.0	5	10	10
S-5-0	174	144	4	0.0	5	10	5
S-1-4	95	76	4	0.4	6	10	10
S-2-4	133	94	4	0.4	4	5	5
S-3-4	134	116	4	0.4	4	5	5
S-4-4	173	116	4	0.4	3	5	5
S-5-4	174	144	4	0.4	3	5	5
S-1-6	92	76	4	0.6	4	5	2.5
S-2-6	134	94	4	0.6	3	5	2.5
S-3-6	134	116	4	0.6	3	5	2.5
S-4-6	176	116	4	0.6	2	5	2.5
S-5-6	174	144	4	0.6	2	5	2.5

Nota. Adaptado de Su et al. (2006).

Figura 10

Dimensiones de los especímenes ensayados

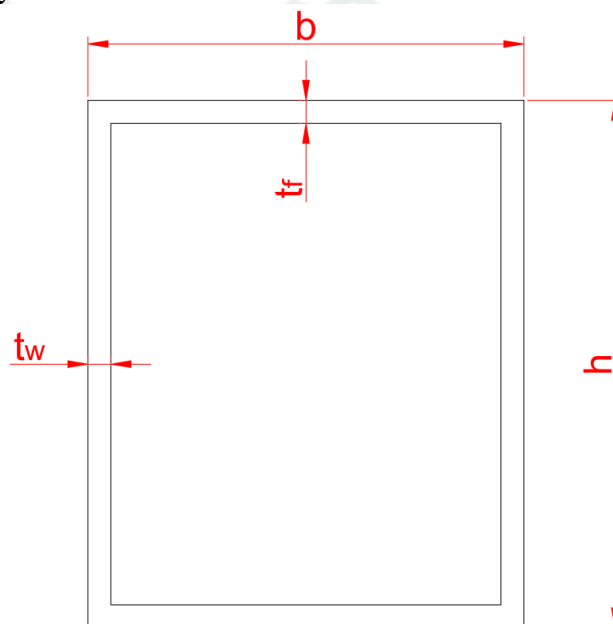


Nota. Reproducido de Su et al. (2006).

En los parámetros de estos ensayos, se tiene el ancho b , la altura h , el espesor del ala t_f , el espesor del alma t_w , la relación de compresión axial $N/A \cdot f_y$ y los desplazamientos δ_1 , δ_2 y Δ para la aplicación de carga cíclica. En la Figura 11, se muestra la sección típica de este ensayo:

Figura 11

Sección típica de ensayo



Nota. Elaboración propia.

En la Tabla 7 se muestran las propiedades del material utilizado para los ensayos.

Tabla 7
Propiedades del material usadas

E (MPa)	f_y (MPa)	E_{st} (MPa)	ϵ_{st}
2.05×10^5	279	3.77×10^3	0.011

Nota. Adaptado de Su et al. (2006).

Como se observa, también se consideraron 2 parámetros adicionales para los especímenes propuestos por el autor, estos son el Módulo de endurecimiento (E_{st}) y la deformación por endurecimiento (ϵ_{st}). Ambos forman parte del mencionado fenómeno de endurecimiento por deformación descrito por McCormac (2013).

4.2. PROTOCOLOS DE CARGA

Se inicia con la aplicación de la carga axial, posteriormente se aplica la carga lateral cíclica según los desplazamientos δ_1 , δ_2 y Δ que están en la Tabla 6 y según el protocolo de carga de la European Convention for Constructional Steelwork (1986). Primero, se aplica $\delta_1/2$ por un ciclo mientras el espécimen se encuentre en estado elástico; seguidamente, se aplica el desplazamiento de δ_1 y δ_2 por tres ciclos para que empiece a fluir el espécimen; finalmente, se da un incremento de Δ a δ_1 y δ_2 por tres ciclos consecutivos.

4.3. ELABORACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Se elaboran los modelos numéricos de los especímenes ensayados experimentalmente por Su et al. (2006), mediante el software ABAQUS (SIMULIA, 2016), que está basado en el método de elementos finitos.

En el modelo numérico, se utilizaron elementos finitos de 4 nodos con integración reducida (S4R) para evitar el efecto del bloqueo por cortante, puesto que estos elementos han dado resultados satisfactorios para estructuras de acero en estudios previos y recientes como los de Arrayago et al. (2015), Arrayago et al. (2021) y Theofanous and Gardner (2009). Asimismo, para definir el tamaño del elemento, se revisó la investigación de González-de-León et al. (2022b), donde realizó un estudio de convergencia de malla donde se define el tamaño ideal del mallado en 10 mm.

Con estas consideraciones, se realiza el modelo numérico en ABAQUS y se logran resultados similares al ensayo experimental con los modelos presentados en la Tabla 8.

Tabla 8

Ensayos experimentales validados

MODELO	h (mm)	b (mm)	t (mm)	H (mm)
S-3-4	134	116	4	110
S-4-6	176	116	4	110

Nota. Elaboración propia.

El punto de aplicación para los desplazamientos cíclicos está a la altura de 100 cm, con un único grado de libertad en el sentido de los desplazamientos, mientras que en la base está empotrado (0 grados de libertad) como se observa en la Figura 10.

4.3.1. DIBUJO DE LA GEOMETRÍA

Con los datos geométricos ya dados, se dibuja la sección transversal del espécimen con líneas, ejes y puntos de referencia que se asignan y ubican en el programa.

Figura 12

Elaboración de sección transversal en ABAQUS

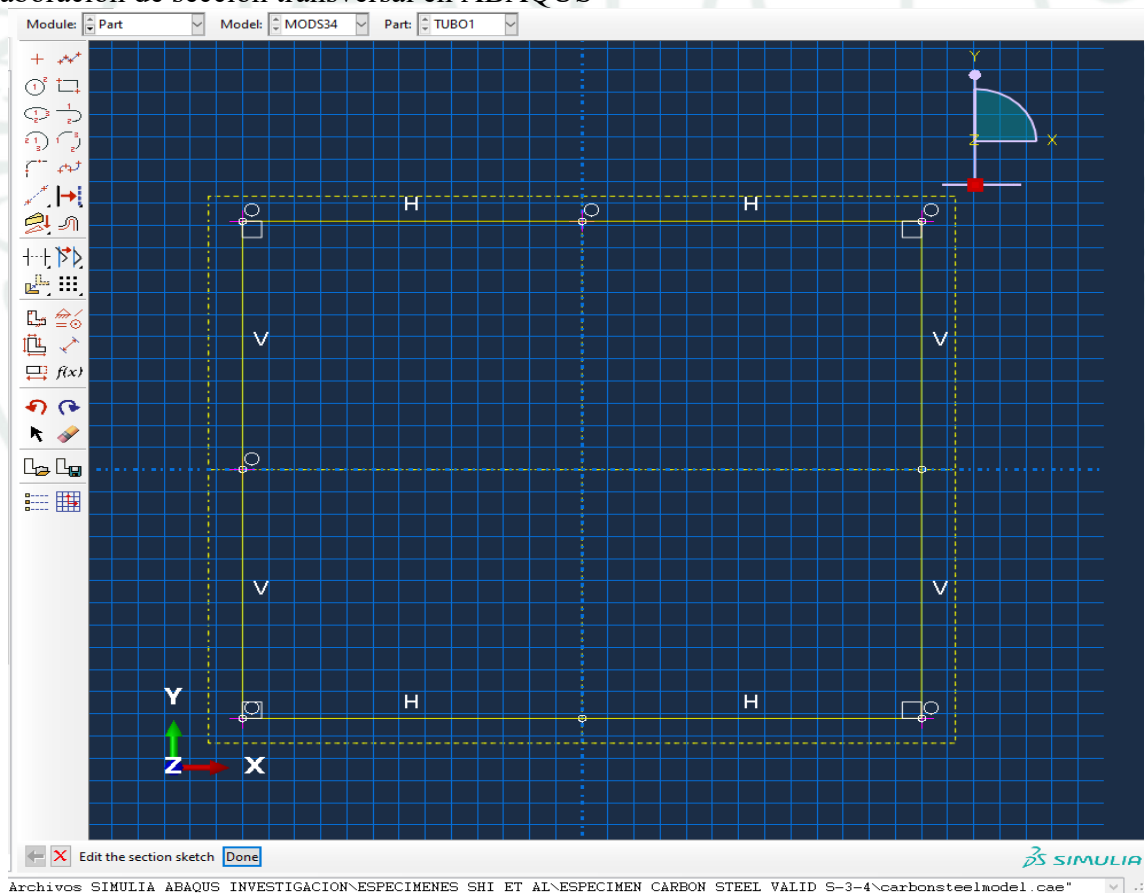
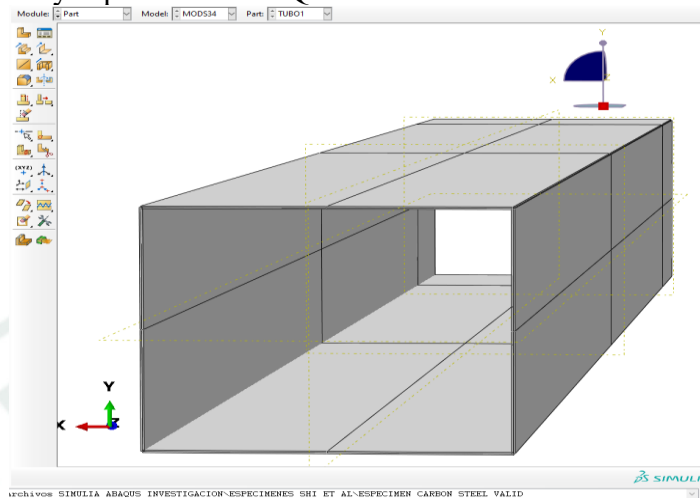
*Nota.* Elaboración propia.

Figura 13

Definición de longitud y espesor en ABAQUS



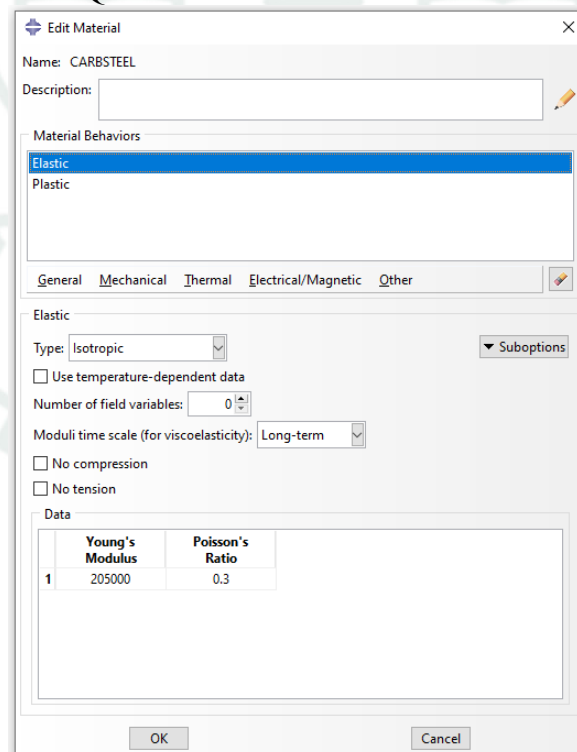
Nota. Elaboración propia.

4.3.2. ASIGNACIÓN DE PROPIEDADES DEL MATERIAL

Una vez el modelo geométrico está completado, se le deben asignar las características propias del material a todo el elemento, sabiendo que consta con características elásticas (incluye el Módulo de Young y Módulo de Poisson) y plásticas (valores Esfuerzo-Deformación del material tras el rango elástico), que determinarán su comportamiento durante todo el ensayo. Estos valores se ingresan en el software ABAQUS como se muestra en la Figura 14.

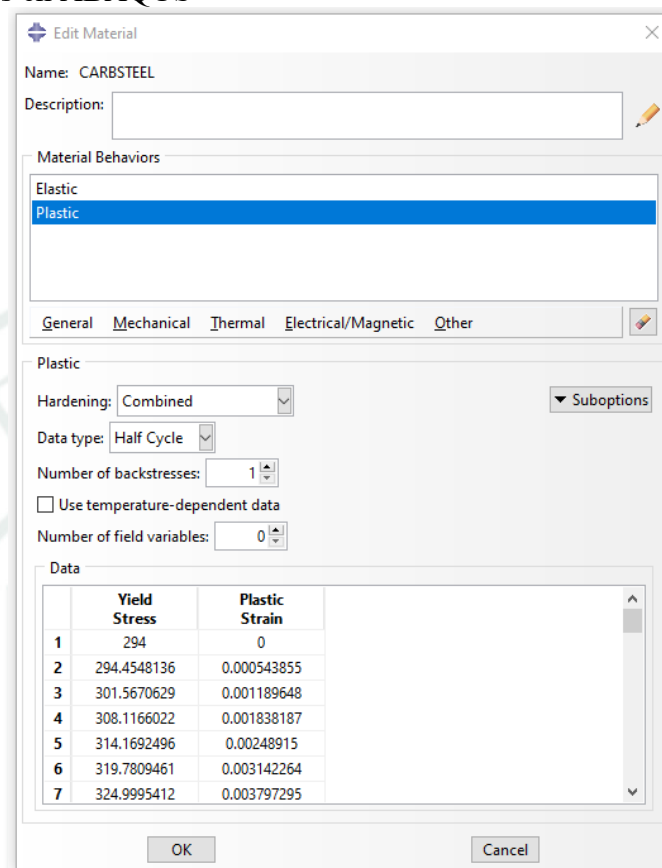
Figura 14

Propiedades elásticas en ABAQUS



Nota. Elaboración propia.

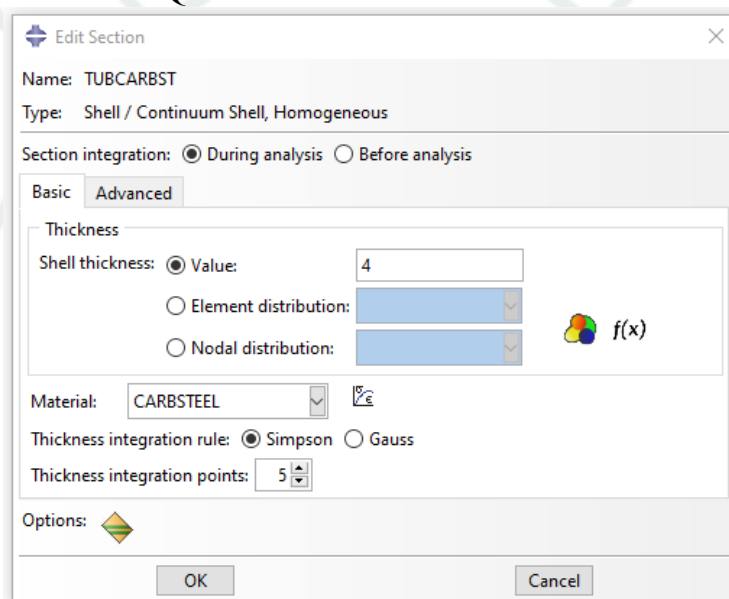
Figura 15
Propiedades plásticas en ABAQUS



Nota. Elaboración propia.

Luego se define el valor del espesor de las paredes del espécimen, a cuál también se le puede vincular el material ya creado como se describió en el paso anterior.

Figura 16
Definición de espesor en ABAQUS



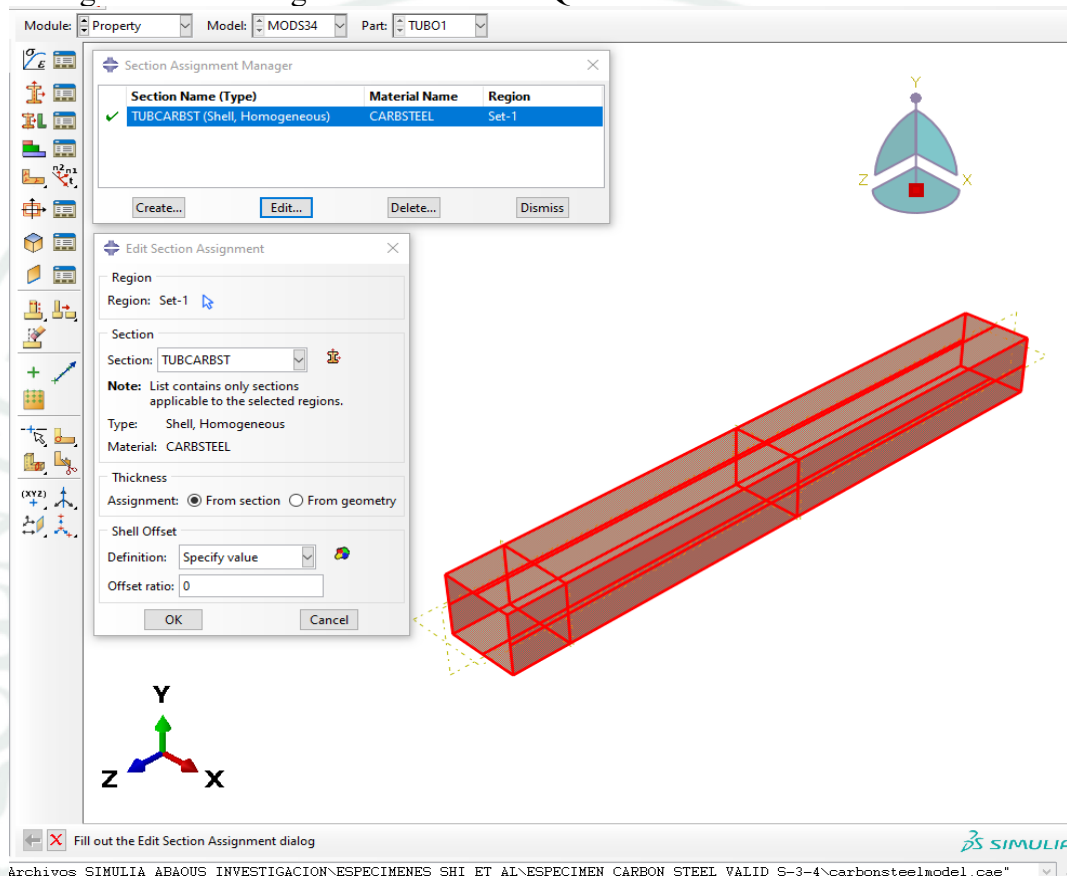
Nota. Elaboración propia.

4.3.3. ASIGNACIÓN DE SECCIONES A MODELO GEOMÉTRICO

En el último paso, se creó la sección “TUBCARBST”, misma que debe aplicarse al modelo, que engloba todas las planchas o paredes, sin excluir ninguna región, de esta forma se crea el modelo numérico como se muestra a continuación.

Figura 17

Sección asignada a modelo geométrico en ABAQUS

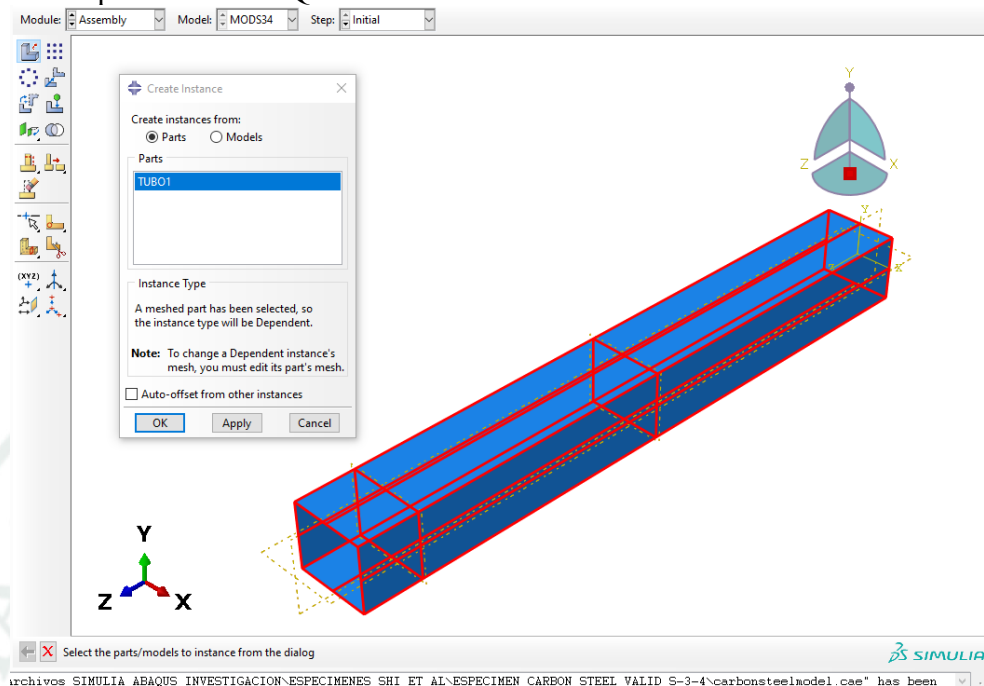


Nota. Elaboración propia.

4.3.4. UNIFICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Ya que se tiene dicho modelo, antes de crear las condiciones y pasos para el ensayo, se debe ensamblar como un todo, para este caso se “suelde” los componentes del elemento, sin añadir elementos externos como rigidizadores ni tampoco zonas diferenciadas de la propia columna, pues para el caso de estudio presente, los especímenes a validar que expone Su et al. (2006) en su investigación, no tienen características adicionales o aditamentos a sus columnas.

Figura 18
Ensamblado de partes en ABAQUS



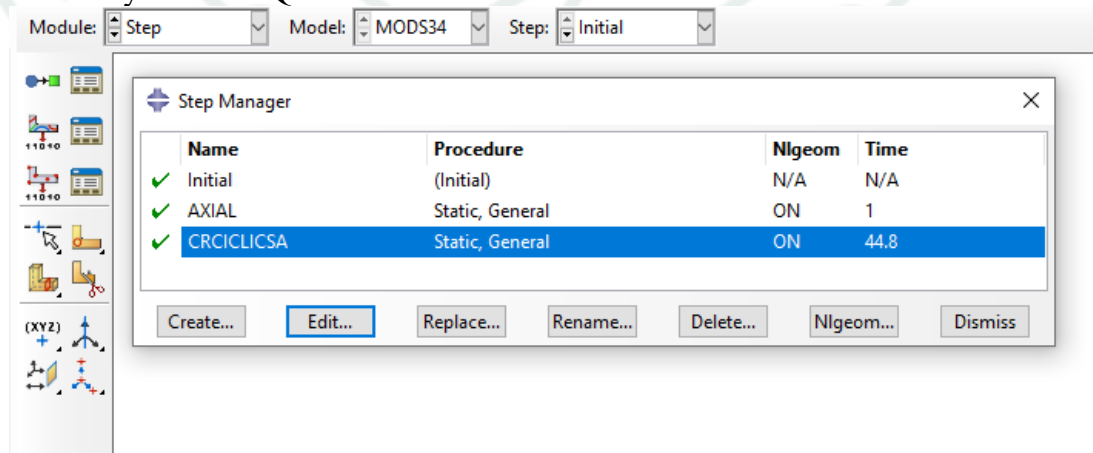
Nota. Elaboración propia.

4.3.5. DISEÑO DE PASOS DE ENSAYO PARA LAS CARGAS

A lo largo del ensayo se dan diferentes etapas, pero son 3 en particular las que lo definen, de esta forma se crean y denominan también como “steps” siendo:

- Step 1: Inicial (Initial)
- Step 2: Carga axial (AXIAL)
- Step 3: Desplazamiento cíclico (CRCICLICA)

Figura 19
Steps de ensayo en ABAQUS

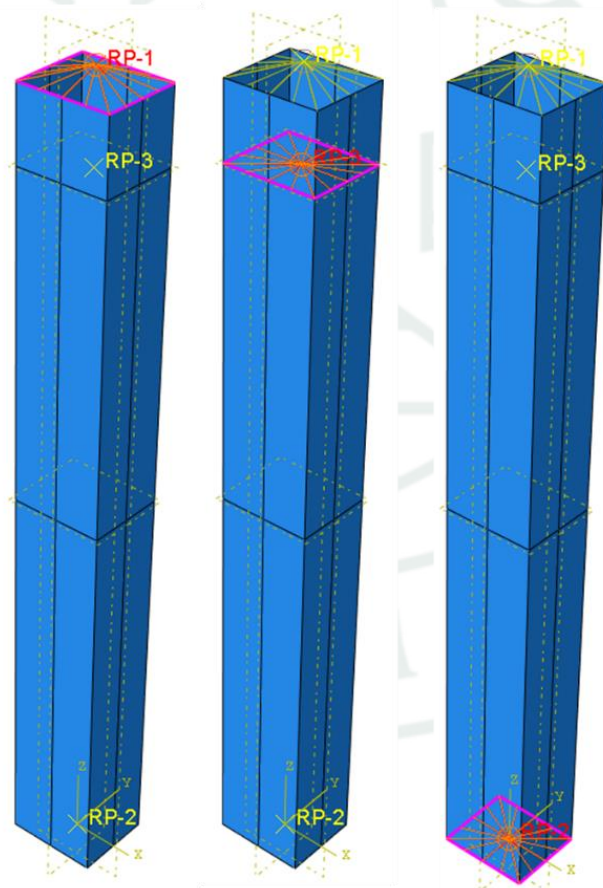


Nota. Elaboración propia.

Descritos de forma sencilla, en el Step 1 “Inicial”, se origina el modelo, con sus características y restricciones ya asignadas, luego el Step 2 “Carga axial”, corresponde a la primera parte del ensayo donde se comprime la columna durante cierto periodo y por último el Step 3 “Desplazamiento cíclico” es aquel donde se desplaza la columna en ciclos definidos sobre una parte del extremo superior, tras la compresión, todos hechos secuencialmente hasta llegar al fallo de la columna.

Los pasos se vinculan al modelo numérico mediante las cargas y desplazamientos, mismos que se crean y aplican sobre puntos de referencia específicos sobre el modelo, donde solamente el punto superior se ubica a 20 mm por encima del extremo, esto para compatibilizar el modelo con la realidad del ensayo hecho por Su et al. (2006), que es donde inicia la fuerza axial de compresión. Los 2 puntos siguiente son donde se aplica el desplazamiento cíclico y donde se “empotra” y restringe todo movimiento en la base; es importante mencionar que dichos puntos están unidos o actúan sobre un área definida previamente.

Figura 20
Puntos de referencia en modelo de ABAQUS

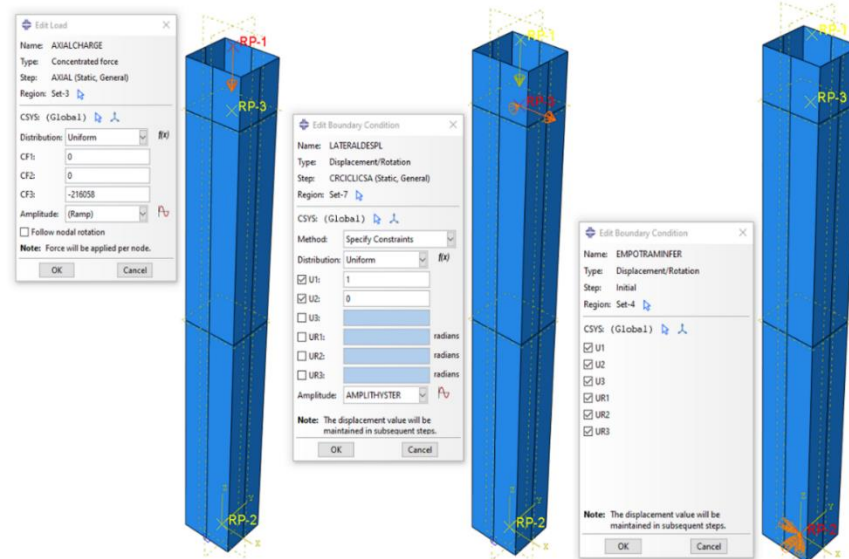


Nota. Elaboración propia.

Es sobre estos puntos de referencia, donde se aplican las cargas o restricciones correspondientes al ensayo, ya separado en los 3 diferentes “steps”, partiendo por la carga axial en el punto superior RP-1, luego los desplazamientos del patrón cíclico en el punto RP-3 y como base empotrada, al punto RP-2.

Figura 21

Carga axial, desplazamientos cíclicos y base restringida en ABAQUS



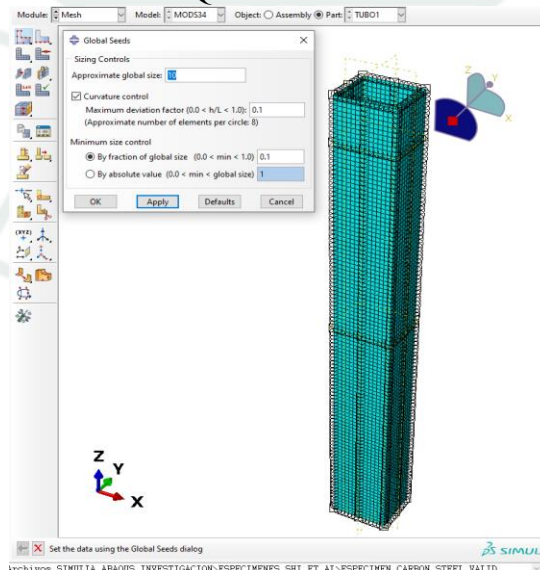
Nota. Elaboración propia.

4.3.6. MALLADO DE ESPÉCIMEN PARA ANÁLISIS EN ELEMENTOS FINITOS

Como se mencionó, los elementos finitos a seleccionar son los de 4 nodos con integración reducida (S4R), teniendo el tamaño ideal de malla en 10 mm, seleccionando ambas opciones en el software, como se muestra a continuación.

Figura 22

Elemento mallado para análisis en ABAQUS



Nota. Elaboración propia.

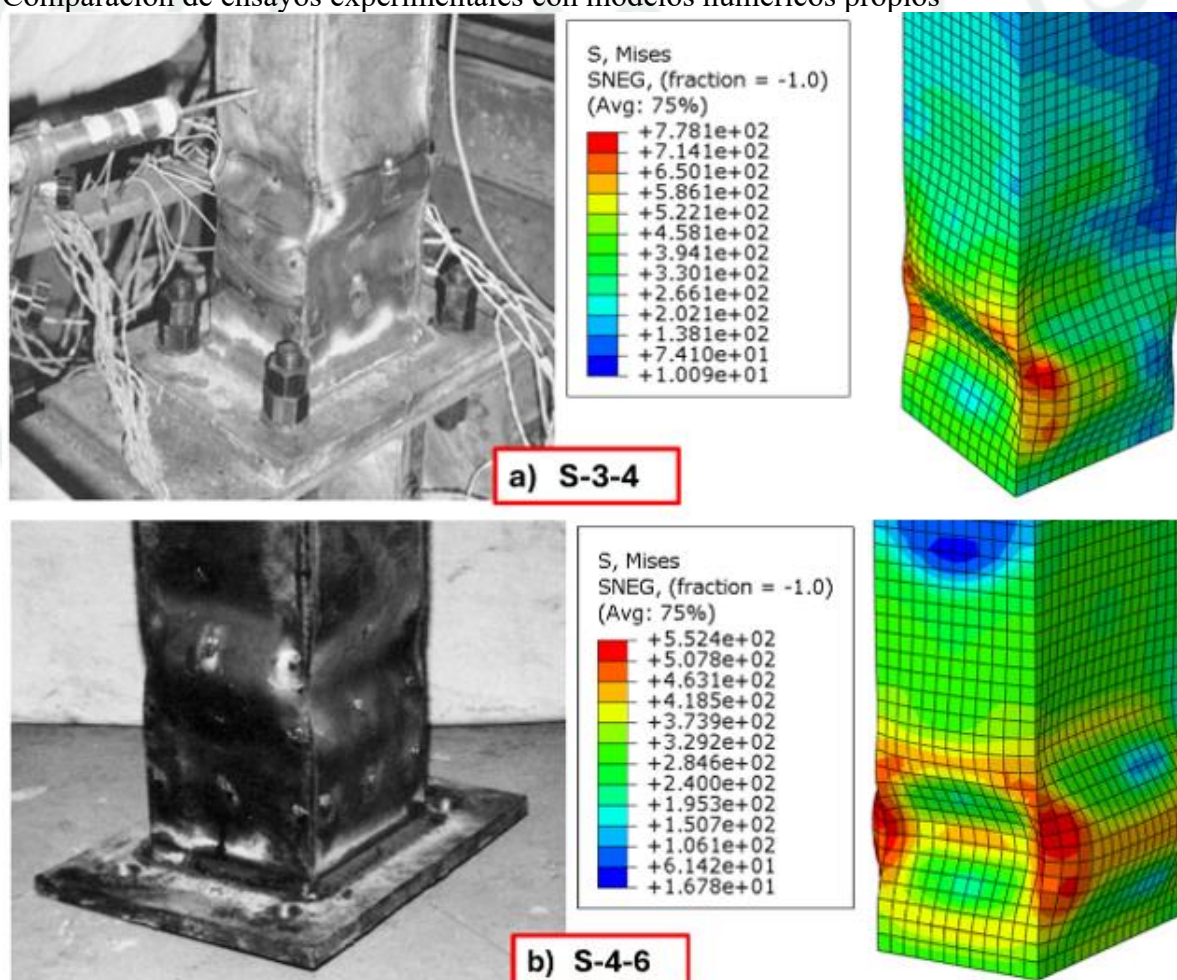
Hasta este punto, el modelo numérico está preparado para iniciar su análisis computacional y proceder con la validación y análisis correspondiente.

4.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

Con los modelos conformados, se ejecutó el proceso computacional y se obtuvieron los resultados, que contienen toda la información estructural en cuanto a esfuerzos, momentos, desplazamientos, tiempos, etc. Se pueden generar también las curvas histeréticas, que describen los momentos en función a los desplazamientos, a lo largo de todo el ensayo, mismas que son de mucha importancia para interpretar numérica y gráficamente cómo se comporta la columna. Se realizaron los modelos numéricos representativos, S-3-4 y S-4-6 para compararse con los resultados de los ensayos ejecutados por Su et al. (2006) y la comparativa visual de la forma de falla se observan en la Figura 23.

Figura 23

Comparación de ensayos experimentales con modelos numéricos propios

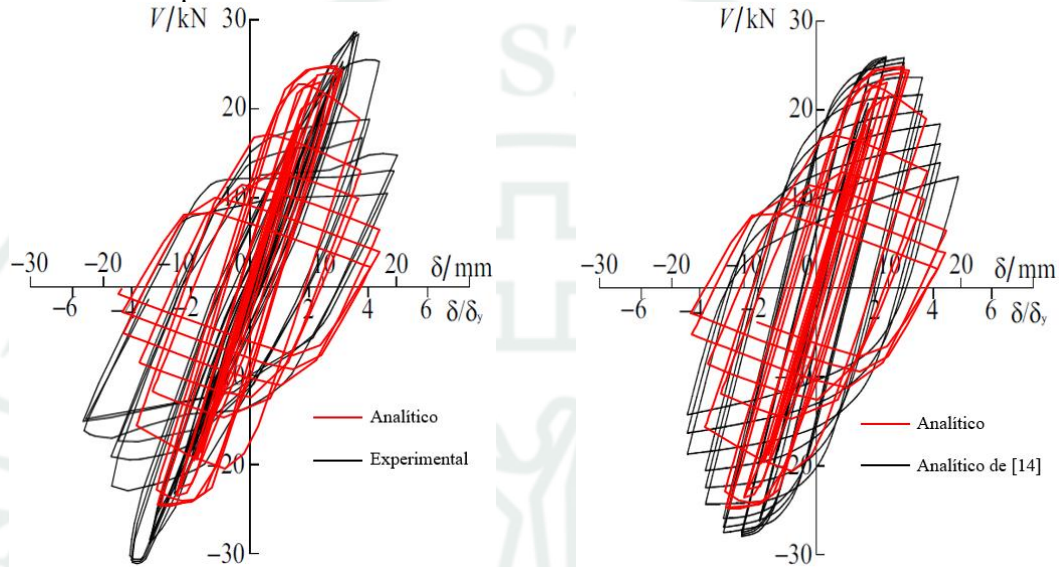


Nota. Adaptado de Su et al. (2006).

Con los resultados obtenidos por Su et al. (2006) y los resultados de los modelos numéricos ejecutados, se compara las curvas histeréticas de los modelos numéricos representativos así como las obtenidas del modelo numérico propio, como se ve en la Figura 24 y Figura 25.

Figura 24

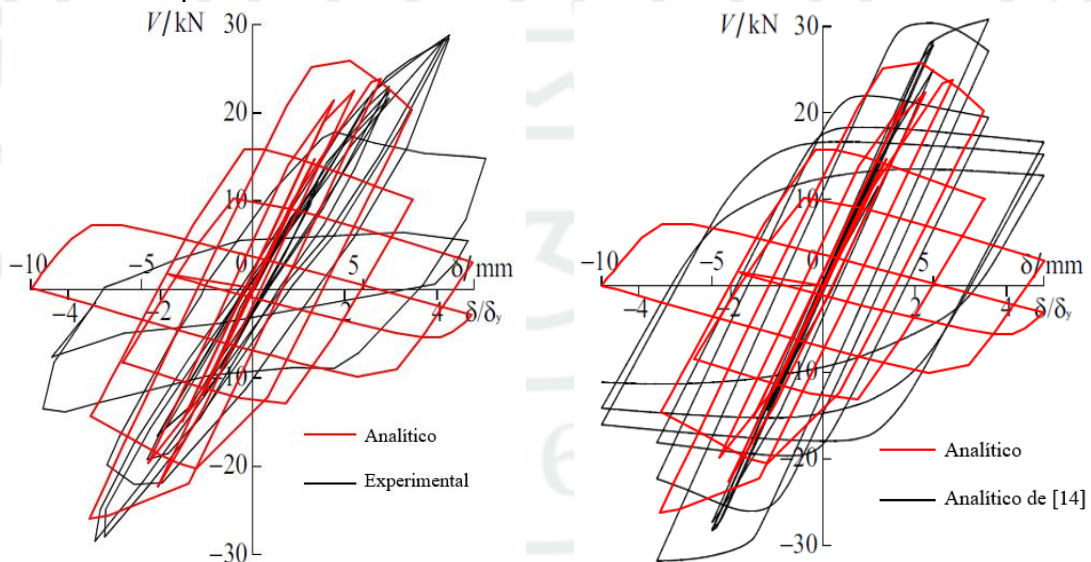
Curvas histeréticas para S-3-4



Nota. Elaboración propia.

Figura 25

Curvas histeréticas para S-4-6



Nota. Elaboración propia.

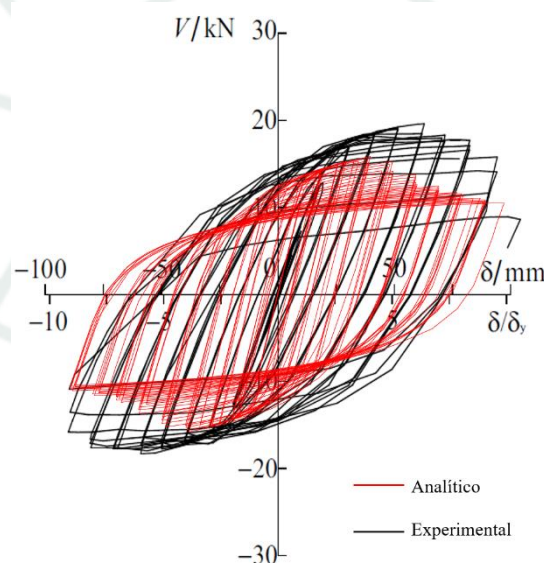
Observando los gráficos, se aprecia que los resultados ejecutados en la presente investigación son bastante cercanos y guardan correlación con los especímenes representativos

con los cuales se hace la comparación, por lo cual se determina que el modelo de material elegido queda validado.

Es importante resaltar que la selección de los especímenes S-3-4 y S-4-6 para la validación numérica se fundamenta en los propios resultados dados por Su et al. (2006), quienes, tras analizar la totalidad de especímenes ensayados, identificaron en estos 2 modelos la mejor concordancia entre respuesta experimental y numérica, en términos de capacidad resistente, tasa de deterioro de carga máxima y factor de ductilidad. Las diferencias observadas en rigidez, donde la experimental resultó menor a la numérica, fueron atribuidas por Su et al. (2006) a efectos no considerados en el modelo numérico, tales como la distribución compleja de tensiones residuales en la zona de soldadura de placas en extremos de los especímenes, el aflojamiento de pernos de anclaje debido a la carga cíclica y la excentricidad inevitable de la carga axial en el ensayo físico. Dado que dichos efectos son inherentes al montaje experimental y no comprometen la capacidad del modelo para reproducir la resistencia y comportamiento inelástico del elemento, fue que los modelos S-3-4 y S-4-6 constituyeron la base de validación más adecuada para el presente estudio, además de ser los únicos modelos numéricos mostrados en curvas histeréticas por Su et al. (2006).

No obstante, con el propósito de ampliar la evidencia de validación, se incorporan adicionalmente 3 modelos comparativos de las curvas histeréticas analíticas (numéricas) propias y experimentales de Su et al. (2006), cuyos resultados se presentan a continuación.

Figura 26
Curvas histeréticas para S-1-0

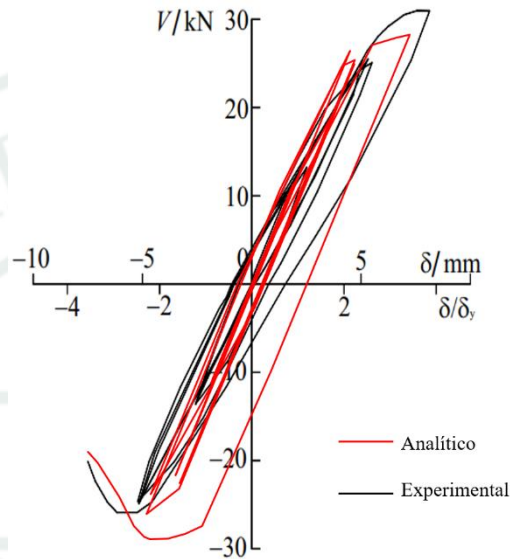


Nota. Elaboración propia.

El modelo S-1-0, corresponde a una columna con un nivel de carga $n=0$, lo que quiere decir que no sufrió carga axial, únicamente experimentó los desplazamientos cíclicos hasta completarlos, notándose una degradación de capacidad resistente progresiva.

Figura 27

Curvas histeréticas para S-5-6

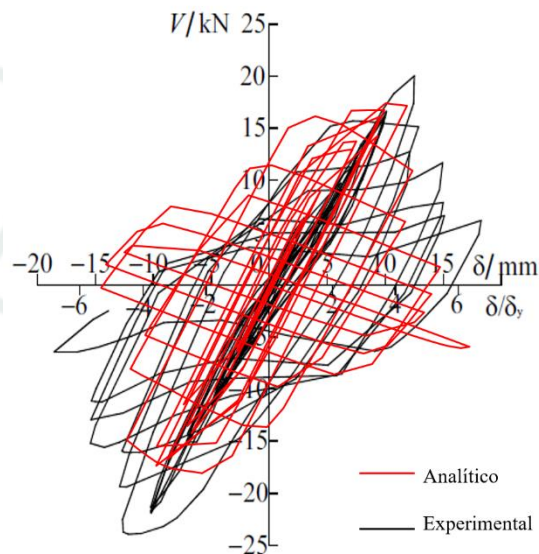


Nota. Elaboración propia.

El modelo S-5-6, corresponde al de una columna con un nivel de carga $n = 0.6$, es decir, el más alto dentro de los ensayos experimentales, razón por la cual presentó un colapso pronto tras agotar su capacidad resistente durante la aplicación de la carga axial.

Figura 28

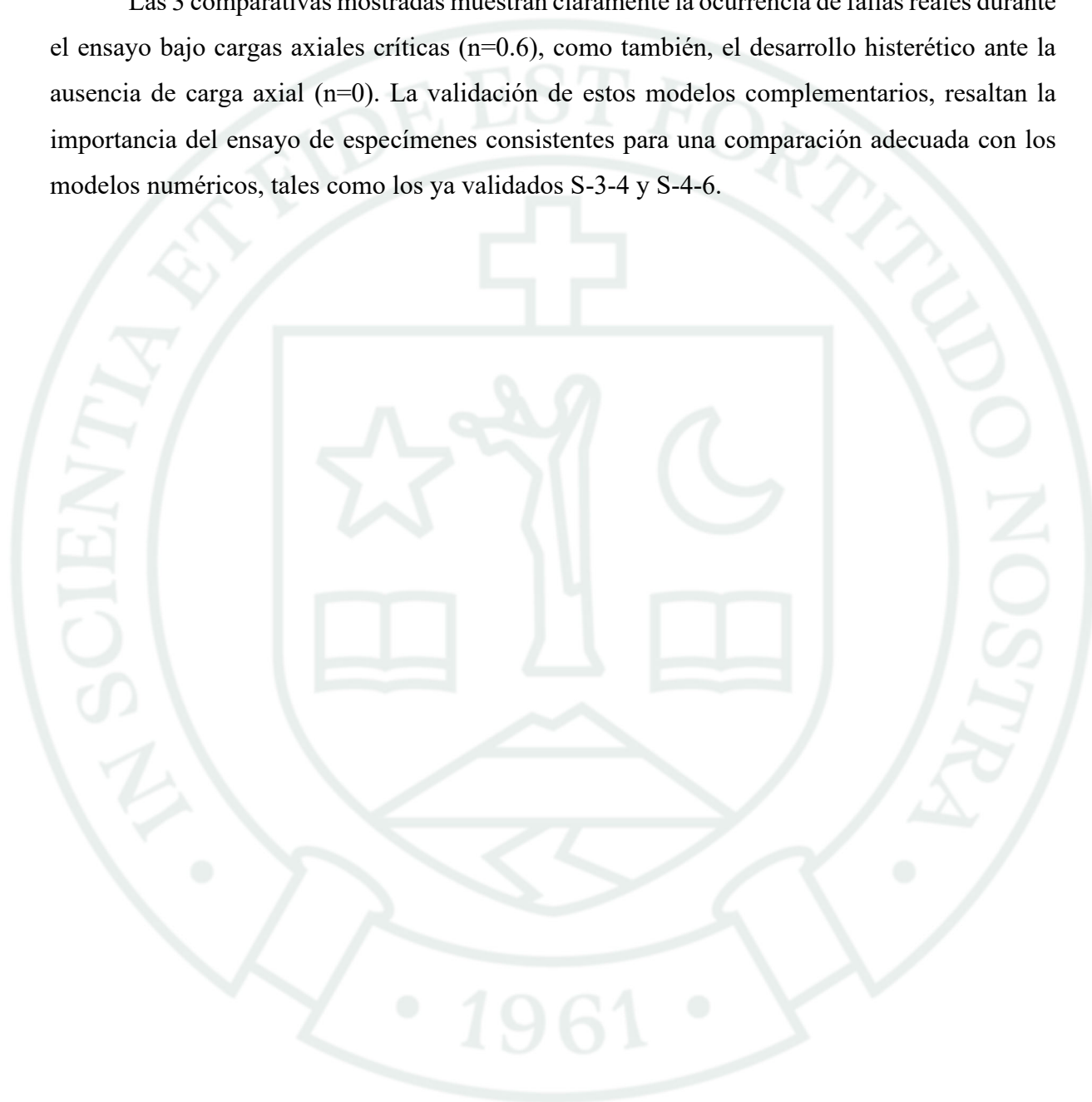
Curvas histeréticas para S-2-6



Nota. Elaboración propia.

El modelo S-2-6, corresponde a una columna con nivel de carga $n=0.6$, que, pese a su notable carga axial, desarrolló comportamiento cíclico, pero afectado por fallos locales probables durante el ensayo experimental, que ocasionaron una notoria discontinuidad en las pendientes de los lazos histeréticos.

Las 3 comparativas mostradas muestran claramente la ocurrencia de fallas reales durante el ensayo bajo cargas axiales críticas ($n=0.6$), como también, el desarrollo histerético ante la ausencia de carga axial ($n=0$). La validación de estos modelos complementarios, resaltan la importancia del ensayo de especímenes consistentes para una comparación adecuada con los modelos numéricos, tales como los ya validados S-3-4 y S-4-6.





CAPÍTULO V

5. DEFINICIÓN PARAMÉTRICA

El capítulo a continuación desarrolla el estudio paramétrico partiendo del análisis computacional y resultados de las columnas, para lo cual se comienza definiendo los parámetros y rangos de variación según las investigaciones de Bustamante-Mora et al. (2025) y González-de-León et al. (2022b) como se ve en la Tabla 9.

Tabla 9

Parámetros y rangos de variación para el estudio paramétrico

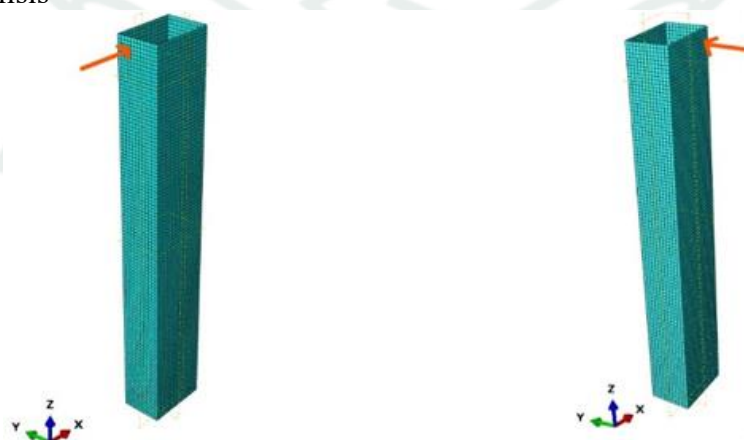
SECCIÓN	t	n	Nº MODELOS
50 × 75	1.8 – 4.5	0.2; 0.4; 0.6	48
50 × 100	1.8 – 6	0.2; 0.4; 0.6	54
50 × 150	1.8 – 6	0.2; 0.4; 0.6	54
75 × 75	2.5 – 6	0.2; 0.4; 0.6	21
100 × 100	3.3 – 12	0.2; 0.4; 0.6	24
			201

Nota. Elaboración propia.

En la presente investigación, se determinó analizar las columnas de sección rectangular tanto por su dirección fuerte como por su dirección débil, para lo cual se usa la nomenclatura *W* (weak, débil) y *S* (strong, fuerte), mientras que para las columnas cuadradas estos se hace irrelevante pues solo tienen una dirección; asimismo, se tiene diferentes espesores t que van en los rangos indicados en la Tabla 9, así como el rango de niveles de carga axial n . Todas las columnas serán de 1 metro de longitud.

Figura 29

Dirección de análisis



Nota. La figura de la izquierda representa la dirección fuerte, mientras la figura de la derecha representa la dirección débil. Elaboración propia.

En total, se plantearon 201 modelos como indica la Tabla 9, sin embargo, tras el análisis numérico fueron aceptados 118 modelos debido a que los 83 modelos rechazados, presentaron fenómenos de falla que influyen negativamente en el estudio, como se describe a continuación.

1. **Falla por pandeo global:** Este modo de falla ocurre cuando la columna se arquea lateralmente como unidad, en toda su altura, fenómeno que no es objeto de estudio pues su comportamiento cíclico con pandeo global no representa el de una columna real diseñada correctamente y tampoco es de utilidad para obtener los diagramas momento-rotación necesarios, considerarlos significaría contaminar los resultados válidos y hallar expresiones inconsistentes con el comportamiento esperado de una columna. Este fenómeno se presentó en 33 modelos descartados, que representan el 16.42% del total de columnas.
2. **Colapso de modelo numérico:** Ocurre cuando el programa numérico detiene el ensayo por un colapso repentino, pues el modelo llegó a un estado donde los resultados no convergen numéricamente, esto ocurrió en columnas con alta carga axial sobre espesores mínimos y también en columnas delgadas ensayadas lateralmente por el lado débil, ambas alcanzando su carga crítica antes de terminar el ensayo o incluso colapsando durante la aplicación de la carga axial sin llegar a desarrollarse cíclicamente. Considerarlos en el estudio significaría trabajar con datos incompletos y nada útiles. Este fenómeno se presentó en 50 modelos rechazados, que representan el 24.88% del total de columnas.

Cabe resaltar que el presente estudio aborda únicamente el modo de falla por pandeo local, mismo que genera una rótula plástica en la zona inferior de los especímenes, como lo muestra la Figura 23, esto se traduce en una degradación progresiva de resistencia, útil para obtener los diagramas momento-rotación y curvas histeréticas, siendo que los 118 modelos aceptados desarrollaron correctamente el comportamiento axial y cíclico hasta su falla, por ello las expresiones a plantear, son válidas para este dominio de convergencia.

Tanto los resultados de los elementos que fallaron globalmente, como los que colapsaron en su análisis computacional, no son de ninguna utilidad para el presente estudio por lo anteriormente explicado, además se observa que el sesgo de estas se trata de columnas mayoritariamente esbeltas, por las paredes delgadas y diferencia notoria entre base y altura de sección, demostrando que aquellas que se desempeñan estructuralmente mejor, son las secciones robustas. Es importante aclarar que el conjunto aceptado de 118 modelos de columnas

es una cantidad adecuada para realizar el estudio paramétrico, tomando en cuenta las investigaciones de Bustamante-Mora et al. (2025) y González-de-León et al. (2022b).

En la Tabla 10, se detallan las propiedades geométricas de los modelos aceptados:

Tabla 10
Propiedades geométricas de los modelos aceptados

ID	ETIQUETA	n	t (mm)	b (mm)	h (mm)
1	100x100_1	0.2	3.3	100	100
2	100x100_2	0.2	4.0	100	100
3	100x100_3	0.2	4.5	100	100
4	100x100_4	0.2	5.0	100	100
5	100x100_5	0.2	6.0	100	100
6	100x100_6	0.2	8.0	100	100
7	100x100_7	0.2	9.0	100	100
8	100x100_8	0.2	12.0	100	100
9	100x100_9	0.4	3.3	100	100
10	100x100_10	0.4	4.0	100	100
11	100x100_11	0.4	4.5	100	100
12	100x100_12	0.4	5.0	100	100
13	100x100_13	0.4	6.0	100	100
14	100x100_14	0.4	8.0	100	100
15	100x100_15	0.4	9.0	100	100
16	100x100_16	0.4	12.0	100	100
1	50x100-S_1	0.2	1.8	50	100
2	50x100-S_2	0.2	2.0	50	100
3	50x100-S_3	0.2	2.3	50	100
4	50x100-S_4	0.2	2.5	50	100
5	50x100-S_5	0.2	3.0	50	100
6	50x100-S_6	0.2	3.3	50	100
7	50x100-S_7	0.2	4.0	50	100
8	50x100-S_8	0.2	4.5	50	100
9	50x100-S_9	0.2	6.0	50	100
10	50x100-S_10	0.4	1.8	50	100
11	50x100-S_11	0.4	2.0	50	100
12	50x100-S_12	0.4	2.3	50	100
13	50x100-S_13	0.4	2.5	50	100
14	50x100-S_14	0.4	3.0	50	100
15	50x100-S_15	0.4	3.3	50	100
16	50x100-S_16	0.4	4.0	50	100
17	50x100-S_17	0.4	4.5	50	100
18	50x100-S_18	0.4	6.0	50	100
20	50x100-S_20	0.6	2.0	50	100
21	50x100-S_21	0.6	2.3	50	100

ID	ETIQUETA	n	t (mm)	b (mm)	h (mm)
22	50x100-S_22	0.6	2.5	50	100
23	50x100-S_23	0.6	3.0	50	100
24	50x100-S_24	0.6	3.3	50	100
25	50x100-S_25	0.6	4.0	50	100
26	50x100-S_26	0.6	4.5	50	100
27	50x100-S_27	0.6	6.0	50	100
3	50x100-W_3	0.2	2.3	100	50
4	50x100-W_4	0.2	2.5	100	50
5	50x100-W_5	0.2	3.0	100	50
6	50x100-W_6	0.2	3.3	100	50
7	50x100-W_7	0.2	4.0	100	50
8	50x100-W_8	0.2	4.5	100	50
9	50x100-W_9	0.2	6.0	100	50
1	50x150-S_1	0.2	1.8	50	150
2	50x150-S_2	0.2	2.0	50	150
3	50x150-S_3	0.2	2.3	50	150
4	50x150-S_4	0.2	2.5	50	150
5	50x150-S_5	0.2	3.0	50	150
6	50x150-S_6	0.2	3.3	50	150
7	50x150-S_7	0.2	4.0	50	150
8	50x150-S_8	0.2	4.5	50	150
9	50x150-S_9	0.2	6.0	50	150
15	50x150-S_15	0.4	3.3	50	150
16	50x150-S_16	0.4	4.0	50	150
17	50x150-S_17	0.4	4.5	50	150
18	50x150-S_18	0.4	6.0	50	150
24	50x150-S_24	0.6	3.3	50	150
25	50x150-S_25	0.6	4.0	50	150
26	50x150-S_26	0.6	4.5	50	150
27	50x150-S_27	0.6	6.0	50	150
7	50x150-W_7	0.2	4.0	150	50
8	50x150-W_8	0.2	4.5	150	50
9	50x150-W_9	0.2	6.0	150	50
1	50x75-S_1	0.2	1.8	50	75
2	50x75-S_2	0.2	2.0	50	75
3	50x75-S_3	0.2	2.3	50	75
4	50x75-S_4	0.2	2.5	50	75
5	50x75-S_5	0.2	3.0	50	75
6	50x75-S_6	0.2	3.3	50	75
7	50x75-S_7	0.2	4.0	50	75
8	50x75-S_8	0.2	4.5	50	75
9	50x75-S_9	0.4	1.8	50	75
10	50x75-S_10	0.4	2.0	50	75

ID	ETIQUETA	n	t (mm)	b (mm)	h (mm)
11	50x75-S_11	0.4	2.3	50	75
12	50x75-S_12	0.4	2.5	50	75
13	50x75-S_13	0.4	3.0	50	75
14	50x75-S_14	0.4	3.3	50	75
15	50x75-S_15	0.4	4.0	50	75
16	50x75-S_16	0.4	4.5	50	75
19	50x75-S_19	0.6	2.3	50	75
20	50x75-S_20	0.6	2.5	50	75
21	50x75-S_21	0.6	3.0	50	75
22	50x75-S_22	0.6	3.3	50	75
23	50x75-S_23	0.6	4.0	50	75
1	50x75-W_1	0.2	1.8	75	50
2	50x75-W_2	0.2	2.0	75	50
3	50x75-W_3	0.2	2.3	75	50
4	50x75-W_4	0.2	2.5	75	50
5	50x75-W_5	0.2	3.0	75	50
6	50x75-W_6	0.2	3.3	75	50
7	50x75-W_7	0.2	4.0	75	50
8	50x75-W_8	0.2	4.5	75	50
11	50x75-W_11	0.4	2.3	75	50
12	50x75-W_12	0.4	2.5	75	50
13	50x75-W_13	0.4	3.0	75	50
14	50x75-W_14	0.4	3.3	75	50
15	50x75-W_15	0.4	4.0	75	50
16	50x75-W_16	0.4	4.5	75	50
1	75x75_1	0.2	2.5	75	75
2	75x75_2	0.2	3.0	75	75
3	75x75_3	0.2	3.3	75	75
4	75x75_4	0.2	4.0	75	75
5	75x75_5	0.2	4.5	75	75
6	75x75_6	0.2	5.0	75	75
7	75x75_7	0.2	6.0	75	75
8	75x75_8	0.4	2.5	75	75
9	75x75_9	0.4	3.0	75	75
10	75x75_10	0.4	3.3	75	75
11	75x75_11	0.4	4.0	75	75
12	75x75_12	0.4	4.5	75	75
13	75x75_13	0.4	5.0	75	75
14	75x75_14	0.4	6.0	75	75

Nota. Elaboración propia.

Para realizar los modelos numéricos de los 201 especímenes, se utilizó un código de programación que ejecuta los ensayos progresivamente, cambiando los parámetros importantes

como t , n y P según corresponda, se muestra a continuación un extracto del código utilizado, donde se define el espesor y propiedades elásticas del material:

```

** PARAMETER DEFINITION **
*****
*PARAMETER
*****
*** CROSS-SECTION PARAMETERS ***
t=      2 #thickness of the cross-section
**
*****
***** MATERIAL PARAMETERS *****
*****
E=      205000 #Young's modulus
fy=     279    #yield stress

```

El código reúne todas las características necesarias para que el software ABAQUS procese estas instrucciones y realice el análisis de las columnas, empezando por definir los parámetros variables y fijos de las propiedades elásticas, donde t es el espesor de la sección, que irá variando de modelo a modelo; E el Módulo de Young y f_y es el esfuerzo de fluencia, ambos como valores fijos. El extracto del código que define los parámetros de carga es el siguiente:

```

***** LOAD PARAMETERS *****
*****
**
n=      0.2    #vertical load
P=      -(n*fy*((50*100)-((50-2*t)*(100-2*t))))
**

```

Para el caso de los parámetros de carga, observados en el extracto de código, n es el nivel de carga axial que irá variando en 3 valores para cada sección (0.2; 0.4; 0.6), siendo el valor directamente proporcional a P que es la carga que actúa a compresión en el área superior de las columnas. Nótese que la ecuación que define el valor carga axial n se presenta en la Ec. 7:

$$\frac{P}{f_y \cdot A} = n \quad \text{Ec. 7}$$

Nótese que el área expresada en la quinta línea del extracto de código “LOAD PARAMETERS”, donde $A = (50 * 100) - ((50 - 2t) * (100 - 2t))$ es para el caso particular de la sección 50×100 , dado que para las demás, los valores de ancho y base cambien correspondientemente en la ecuación.

Las propiedades plásticas del material asignadas a los modelos se presentan en el siguiente fragmento del código utilizado:

```
*****
***** Definition of material data *****
**
** Carbon steel **
**
s1=287.819367          e1=0
s2=291.060908          e2=0.000272
s3=294.194379          e3=0.000544
s4=297.225436          e4=0.000816
s5=300.159346          e5=0.001087
s6=303.001022          e6=0.001359
s7=305.755051          e7=0.001630
s8=308.425720          e8=0.001901
s9=311.017044          e9=0.002173
s10=313.532781         e10=0.002444
s11=315.976458         e11=0.002715
s12=318.351384         e12=0.002986
s13=320.660671         e13=0.003257
s14=322.907245         e14=0.003528
s15=325.093860         e15=0.003799
s16=327.223112         e16=0.004070
s17=329.297450         e17=0.004340
s18=331.319184         e18=0.004611
s19=333.290499         e19=0.004881
s20=335.213457         e20=0.005152
s21=337.090014         e21=0.005422
s22=354.037172         e22=0.008190
s23=367.762114         e23=0.010949
s24=379.209356         e24=0.013701
s25=388.987741         e25=0.016446
s26=397.507390         e26=0.019183
s27=405.054670         e27=0.021912
s28=411.835599         e28=0.024635
s29=418.002182         e29=0.027349
s30=423.669026         e30=0.030057
s31=428.924177         e31=0.032757
s32=433.836397         e32=0.035449
s33=438.460167         e33=0.038135
s34=442.839218         e34=0.040813
s35=447.009055         e35=0.043485
s36=450.998809         e36=0.046149
s37=454.832605         e37=0.048806
s38=458.530595         e38=0.051456
s39=462.109744         e39=0.054099
s40=465.584440         e40=0.056735
s41=468.966961         e41=0.059364
s42=469.779213         e42=0.060004
```

Las propiedades plásticas observadas en la se calcularon directamente con la Ec. 2 que describe la gráfica o *skeleton curve* para el material base Q235B, usando las propiedades del material ya definidas, además de los propuestos por Su et al. (2006) para la ecuación mencionada, obteniendo “s__” para los valores de esfuerzo y “ep__” para los valores de deformación. De esta forma se obtiene el rango de valores plásticos a partir de los superiores al límite de fluencia f_y , que para el presente caso fueron 42 pares de datos.

En resumen, la integración de estas partes fueron el código usado para simplificar la creación de los 201 modelos usados para el estudio paramétrico, que concluyó con los 118 modelos aceptados debido al tipo de falla.

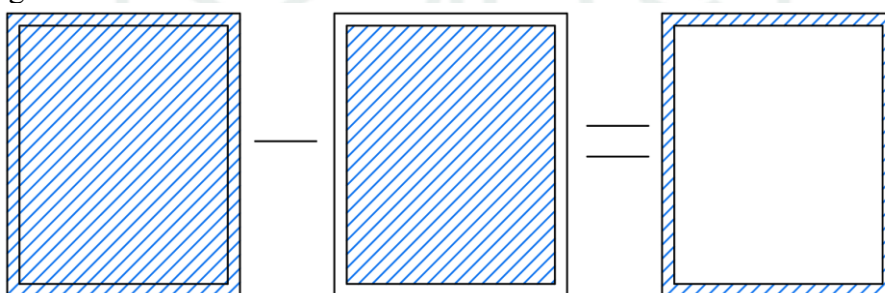
5.1. CÁLCULO DE LA INERCIA

Para el cálculo de la capacidad de rotación es necesaria la inercia, para lo cual se usa la Ec. 8:

$$I = \frac{b \times h^3}{12} \quad \text{Ec. 8}$$

Pero, se debe tener en cuenta que, como la sección es hueca, se debe calcular el área de la sección grande (considerando el espesor) y la sección pequeña (sin considerar el espesor) para luego restar una de la otra y obtener la inercia de la sección de la columna como se observa de forma gráfica en la Figura 30.

Figura 30
Explicación gráfica del cálculo de la inercia



Nota. Elaboración propia.

En la Tabla 11, se resume las inercias obtenidas para cada modelo numérico:

Tabla 11
Cálculo de inercias para cada modelo numérico

ID	ETIQUETA	I (mm ⁴)
1	100x100_1	2202395.80
2	100x100_2	2670933.33
3	100x100_3	3006075.00
4	100x100_4	3341666.67
5	100x100_5	4014400.00
6	100x100_6	5367466.67
7	100x100_7	6048600.00
8	100x100_8	8115200.00
9	100x100_9	2202395.80
10	100x100_10	2670933.33

ID	ETIQUETA	I (mm ⁴)
11	100x100_11	3006075.00
12	100x100_12	3341666.67
13	100x100_13	4014400.00
14	100x100_14	5367466.67
15	100x100_15	6048600.00
16	100x100_16	8115200.00
1	50x100-S_1	750340.20
2	50x100-S_2	833800.00
3	50x100-S_3	959043.07
4	50x100-S_4	1042578.13
5	50x100-S_5	1251575.00
6	50x100-S_6	1377096.33
7	50x100-S_7	1670400.00
8	50x100-S_8	1880315.63
9	50x100-S_9	2512600.00
10	50x100-S_10	750340.20
11	50x100-S_11	833800.00
12	50x100-S_12	959043.07
13	50x100-S_13	1042578.13
14	50x100-S_14	1251575.00
15	50x100-S_15	1377096.33
16	50x100-S_16	1670400.00
17	50x100-S_17	1880315.63
18	50x100-S_18	2512600.00
20	50x100-S_20	833800.00
21	50x100-S_21	959043.07
22	50x100-S_22	1042578.13
23	50x100-S_23	1251575.00
24	50x100-S_24	1377096.33
25	50x100-S_25	1670400.00
26	50x100-S_26	1880315.63
27	50x100-S_27	2512600.00
3	50x100-W_3	335923.62
4	50x100-W_4	365234.38
5	50x100-W_5	438625.00
6	50x100-W_6	482747.37
7	50x100-W_7	586000.00
8	50x100-W_8	660046.88
9	50x100-W_9	884000.00
1	50x150-S_1	2025486.00
2	50x150-S_2	2250666.67
3	50x150-S_3	2588513.92
4	50x150-S_4	2813802.08

ID	ETIQUETA	I (mm ⁴)
5	50x150-S_5	3377250.00
6	50x150-S_6	3715494.75
7	50x150-S_7	4505333.33
8	50x150-S_8	5070093.75
9	50x150-S_9	6768000.00
15	50x150-S_15	3715494.75
16	50x150-S_16	4505333.33
17	50x150-S_17	5070093.75
18	50x150-S_18	6768000.00
24	50x150-S_24	3715494.75
25	50x150-S_25	4505333.33
26	50x150-S_26	5070093.75
27	50x150-S_27	6768000.00
7	50x150-W_7	836533.33
8	50x150-W_8	942056.25
9	50x150-W_9	1260800.00
1	50x75-S_1	379954.80
2	50x75-S_2	422241.67
3	50x75-S_3	485713.90
4	50x75-S_4	528059.90
5	50x75-S_5	634050.00
6	50x75-S_6	697740.86
7	50x75-S_7	846683.33
8	50x75-S_8	953395.31
9	50x75-S_9	379954.80
10	50x75-S_10	422241.67
11	50x75-S_11	485713.90
12	50x75-S_12	528059.90
13	50x75-S_13	634050.00
14	50x75-S_14	697740.86
15	50x75-S_15	846683.33
16	50x75-S_16	953395.31
19	50x75-S_19	485713.90
20	50x75-S_20	528059.90
21	50x75-S_21	634050.00
22	50x75-S_22	697740.86
23	50x75-S_23	846683.33
1	50x75-W_1	206468.70
2	50x75-W_2	229466.67
3	50x75-W_3	263997.93
4	50x75-W_4	287044.27
5	50x75-W_5	344762.50
6	50x75-W_6	379472.64

ID	ETIQUETA	I (mm ⁴)
7	50x75-W_7	460733.33
8	50x75-W_8	519042.19
11	50x75-W_11	263997.93
12	50x75-W_12	287044.27
13	50x75-W_13	344762.50
14	50x75-W_14	379472.64
15	50x75-W_15	460733.33
16	50x75-W_16	519042.19
1	75x75_1	703906.25
2	75x75_2	845100.00
3	75x75_3	929921.85
4	75x75_4	1128200.00
5	75x75_5	1270181.25
6	75x75_6	1412500.00
7	75x75_7	1698300.00
8	75x75_8	703906.25
9	75x75_9	845100.00
10	75x75_10	929921.85
11	75x75_11	1128200.00
12	75x75_12	1270181.25
13	75x75_13	1412500.00
14	75x75_14	1698300.00

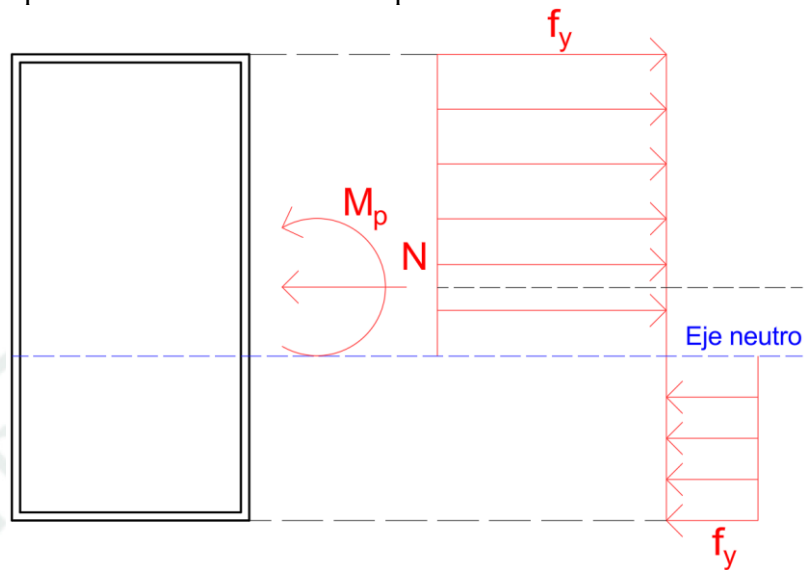
Nota. Elaboración propia.

5.2. CÁLCULO DEL MOMENTO PLÁSTICO

Así como la inercia, el momento plástico se debe calcular previamente para obtener la capacidad de rotación de la columna, dado que este define el valor de la rotación de fluencia y la rotación última de la sección. Para dicho cálculo, se realiza el siguiente análisis que se toma de base para todos los modelos como se observa en la Figura 31 y Figura 32.

Figura 31

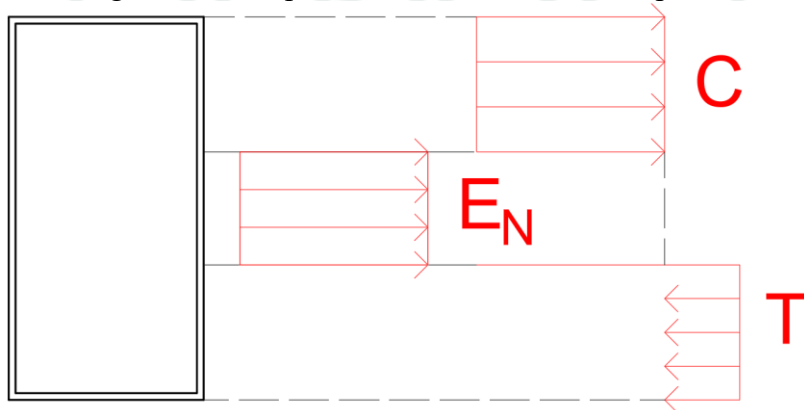
Diagrama inicial para el cálculo del momento plástico



Nota. Elaboración propia.

Figura 32

Descomposición del diagrama inicial para el cálculo del momento plástico



Nota. Elaboración propia.

Primero, se calcula la fuerza N que se describe en la Ec. 9:

$$N = n \times f_y \times A \quad \text{Ec. 9}$$

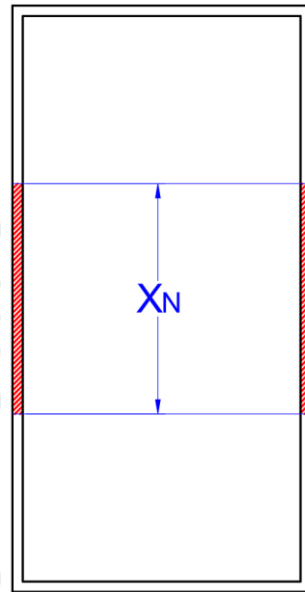
Tener en cuenta que n define el nivel de carga axial, f_y es el esfuerzo de fluencia del material y A es el área de la sección transversal.

Seguidamente, se calcula la distancia que ocupa la carga axial con la Ec. 10 y que se observa en la Figura 33:

$$X_N = \frac{N}{f_y \times 2 \times t} \quad \text{Ec. 10}$$

Figura 33

Distancia que ocupa la carga axial



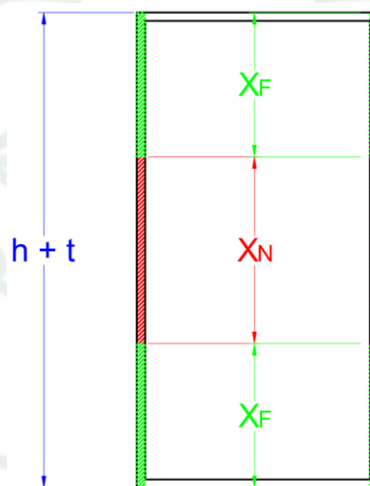
Nota. Elaboración propia.

A continuación, se calcula la distancia que ocupan los esfuerzos de flexión con la Ec. 11 y que se observa en la Figura 34:

$$X_F = \frac{(h + t) - X_N}{2} \quad \text{Ec. 11}$$

Figura 34

Distancia ocupada por los esfuerzos de flexión



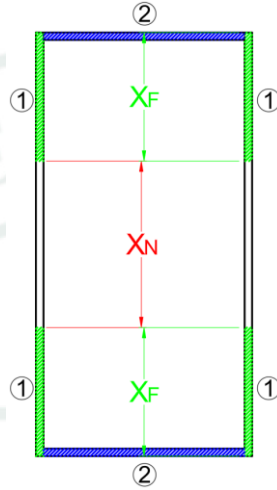
Nota. Elaboración propia.

Con dicho valor, se calcula la fuerza de compresión y tracción (son iguales por equilibrio de fuerzas) considerando solo la flexión:

$$C = T = (2 \times X_F \times t) + ((b - t) \times t) \times f_y \quad \text{Ec. 12}$$

Ahora, se calcula el centroide de cada cara en flexión, que se observa en la Figura 35, para luego determinar la distancia del brazo de palanca y, finalmente, calcular M_P .

Figura 35
Regiones por analizar



Nota. Elaboración propia.

El área 01 es:

$$A_1 = X_F \times t \quad \text{Ec. 13}$$

Su centroide es:

$$y_1 = \frac{X_F}{2} \quad \text{Ec. 14}$$

El área 02 es:

$$A_2 = (b - t) \times t \quad \text{Ec. 15}$$

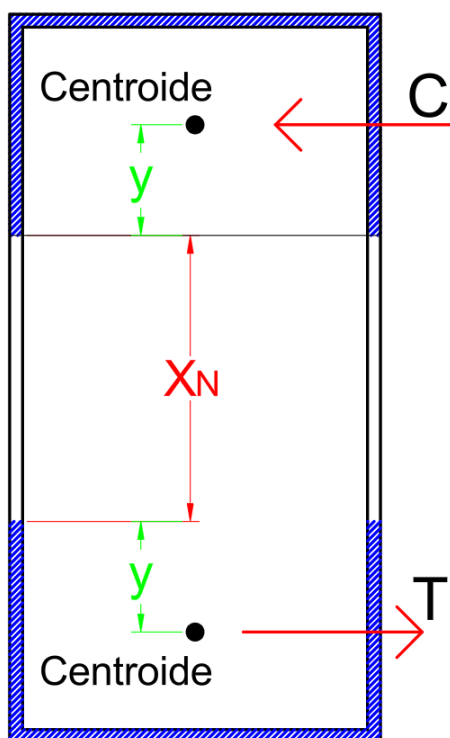
Su centroide es:

$$y_2 = X_F - \frac{t}{2} \quad \text{Ec. 16}$$

A continuación, se utiliza la Ec. 17 para el cálculo del centroide de dicha área en flexión:

$$y = \frac{A_1 \times y_1 + A_2 \times y_2 + A_1 \times y_1}{A_1 + A_2 + A_1} \quad \text{Ec. 17}$$

Figura 36
Ubicación de los centroides



Nota. Elaboración propia.

Finalmente, se utiliza la Ec. 18 para el cálculo de M_p .

$$M_p = C \times (2 \times y + X_N) \quad \text{Ec. 18}$$

A continuación, se resume el cálculo de M_p en la Tabla 12:

Tabla 12
Resumen del cálculo del momento plástico

ID	Etiqueta	X_N (mm)	X_F (mm)	y (mm)	M_p (kN.m)
1	100x100_1	40	31.65	24.39	13.08
2	100x100_2	40	32.00	24.40	15.86
3	100x100_3	40	32.25	24.41	17.84
4	100x100_4	40	32.50	24.41	19.83
5	100x100_5	40	33.00	24.43	23.80
6	100x100_6	40	34.00	24.48	31.77
7	100x100_7	40	34.50	24.50	35.76
8	100x100_8	40	36.00	24.60	47.78
9	100x100_9	80	11.65	9.19	10.87
10	100x100_10	80	12.00	9.20	13.18
11	100x100_11	80	12.25	9.21	14.83
12	100x100_12	80	12.50	9.22	16.48
13	100x100_13	80	13.00	9.24	19.78

ID	Etiqueta	X _N (mm)	X _F (mm)	y (mm)	M _P (kN.m)
14	100x100_14	80	14.00	9.30	26.41
15	100x100_15	80	14.50	9.34	29.73
16	100x100_16	80	16.00	9.47	39.75
1	50x100-S_1	30	35.90	24.80	4.80
2	50x100-S_2	30	36.00	24.80	5.33
3	50x100-S_3	30	36.15	24.80	6.13
4	50x100-S_4	30	36.25	24.80	6.66
5	50x100-S_5	30	36.50	24.81	8.00
6	50x100-S_6	30	36.65	24.81	8.80
7	50x100-S_7	30	37.00	24.83	10.67
8	50x100-S_8	30	37.25	24.83	12.00
9	50x100-S_9	30	38.00	24.87	16.02
10	50x100-S_10	60	20.90	15.56	4.12
11	50x100-S_11	60	21.00	15.57	4.58
12	50x100-S_12	60	21.15	15.57	5.26
13	50x100-S_13	60	21.25	15.57	5.72
14	50x100-S_14	60	21.50	15.58	6.87
15	50x100-S_15	60	21.65	15.59	7.55
16	50x100-S_16	60	22.00	15.60	9.16
17	50x100-S_17	60	22.25	15.61	10.31
18	50x100-S_18	60	23.00	15.66	13.76
20	50x100-S_20	90	6.00	4.60	3.32
21	50x100-S_21	90	6.15	4.61	3.82
22	50x100-S_22	90	6.25	4.61	4.15
23	50x100-S_23	90	6.50	4.62	4.98
24	50x100-S_24	90	6.65	4.63	5.48
25	50x100-S_25	90	7.00	4.65	6.65
26	50x100-S_26	90	7.25	4.67	7.48
27	50x100-S_27	90	8.00	4.73	9.99
3	50x100-W_3	30	11.15	9.18	3.72
4	50x100-W_4	30	11.25	9.18	4.05
5	50x100-W_5	30	11.50	9.19	4.86
6	50x100-W_6	30	11.65	9.19	5.35
7	50x100-W_7	30	12.00	9.20	6.48
8	50x100-W_8	30	12.25	9.21	7.29
9	50x100-W_9	30	13.00	9.24	9.74
1	50x150-S_1	40	55.90	36.10	9.02
2	50x150-S_2	40	56.00	36.10	10.02
3	50x150-S_3	40	56.15	36.10	11.52
4	50x150-S_4	40	56.25	36.10	12.52
5	50x150-S_5	40	56.50	36.11	15.03
6	50x150-S_6	40	56.65	36.11	16.53
7	50x150-S_7	40	57.00	36.12	20.04

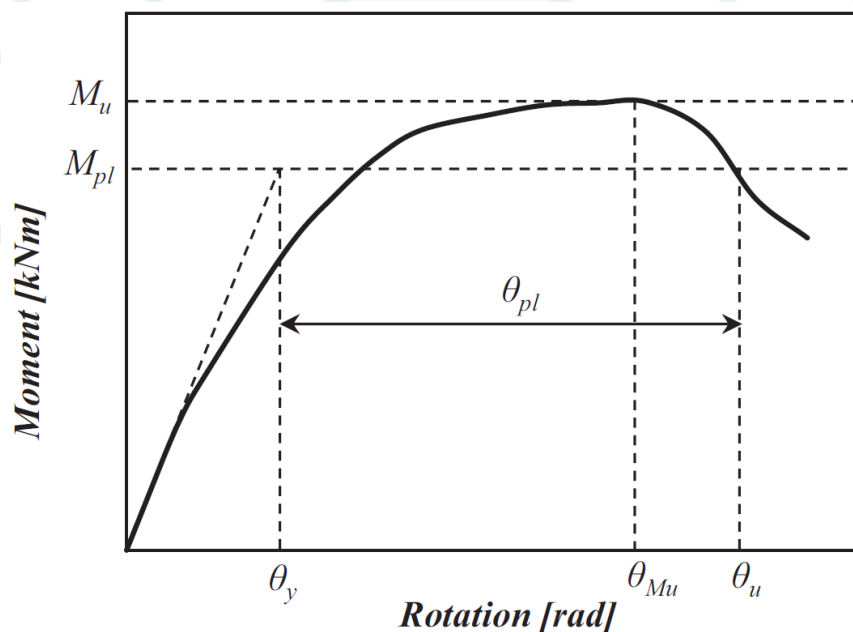
ID	Etiqueta	X _N (mm)	X _F (mm)	y (mm)	M _P (kN.m)
8	50x150-S_8	40	57.25	36.13	22.55
9	50x150-S_9	40	58.00	36.15	30.08
15	50x150-S_15	80	36.65	24.81	14.32
16	50x150-S_16	80	37.00	24.83	17.36
17	50x150-S_17	80	37.25	24.83	19.54
18	50x150-S_18	80	38.00	24.87	26.06
24	50x150-S_24	120	16.65	12.22	10.64
25	50x150-S_25	120	17.00	12.24	12.90
26	50x150-S_26	120	17.25	12.25	14.51
27	50x150-S_27	120	18.00	12.30	19.36
7	50x150-W_7	40	7.00	4.87	8.88
8	50x150-W_8	40	7.25	4.88	9.99
9	50x150-W_9	40	8.00	4.90	13.34
1	50x75-S_1	25	25.90	18.76	3.14
2	50x75-S_2	25	26.00	18.76	3.49
3	50x75-S_3	25	26.15	18.76	4.01
4	50x75-S_4	25	26.25	18.77	4.36
5	50x75-S_5	25	26.50	18.77	5.24
6	50x75-S_6	25	26.65	18.78	5.76
7	50x75-S_7	25	27.00	18.79	6.98
8	50x75-S_8	25	27.25	18.80	7.86
9	50x75-S_9	50	13.40	10.43	2.67
10	50x75-S_10	50	13.50	10.43	2.97
11	50x75-S_11	50	13.65	10.43	3.41
12	50x75-S_12	50	13.75	10.44	3.71
13	50x75-S_13	50	14.00	10.45	4.45
14	50x75-S_14	50	14.15	10.45	4.90
15	50x75-S_15	50	14.50	10.47	5.94
16	50x75-S_16	50	14.75	10.48	6.68
19	50x75-S_19	75	1.15	0.03	2.41
20	50x75-S_20	75	1.25	0.03	2.62
21	50x75-S_21	75	1.50	0.05	3.14
22	50x75-S_22	75	1.65	0.05	3.46
23	50x75-S_23	75	2.00	0.08	4.19
1	50x75-W_1	25	13.40	10.95	2.35
2	50x75-W_2	25	13.50	10.95	2.62
3	50x75-W_3	25	13.65	10.95	3.01
4	50x75-W_4	25	13.75	10.95	3.27
5	50x75-W_5	25	14.00	10.96	3.93
6	50x75-W_6	25	14.15	10.96	4.32
7	50x75-W_7	25	14.50	10.98	5.24
8	50x75-W_8	25	14.75	10.99	5.90
11	50x75-W_11	50	1.15	0.02	2.41

ID	Etiqueta	X _N (mm)	X _F (mm)	y (mm)	M _P (kN.m)
12	50x75-W_12	50	1.25	0.02	2.62
13	50x75-W_13	50	1.50	0.03	3.14
14	50x75-W_14	50	1.65	0.04	3.46
15	50x75-W_15	50	2.00	0.05	4.19
16	50x75-W_16	50	2.25	0.07	4.72
1	75x75_1	30	23.75	18.29	5.57
2	75x75_2	30	24.00	18.30	6.69
3	75x75_3	30	24.15	18.30	7.36
4	75x75_4	30	24.50	18.31	8.92
5	75x75_5	30	24.75	18.32	10.04
6	75x75_6	30	25.00	18.33	11.16
7	75x75_7	30	25.50	18.36	13.40
8	75x75_8	60	8.75	6.89	4.63
9	75x75_9	60	9.00	6.90	5.56
10	75x75_10	60	9.15	6.91	6.12
11	75x75_11	60	9.50	6.92	7.42
12	75x75_12	60	9.75	6.93	8.35
13	75x75_13	60	10.00	6.94	9.28
14	75x75_14	60	10.50	6.98	11.14

Nota. Elaboración propia.

Con estos valores y con las *skeleton curve* de cada modelo se puede obtener la rotación de fluencia y la rotación última según la Figura 37 propuesta por González-de-León et al. (2022b):

Figura 37
Modelo de *skeleton curve*

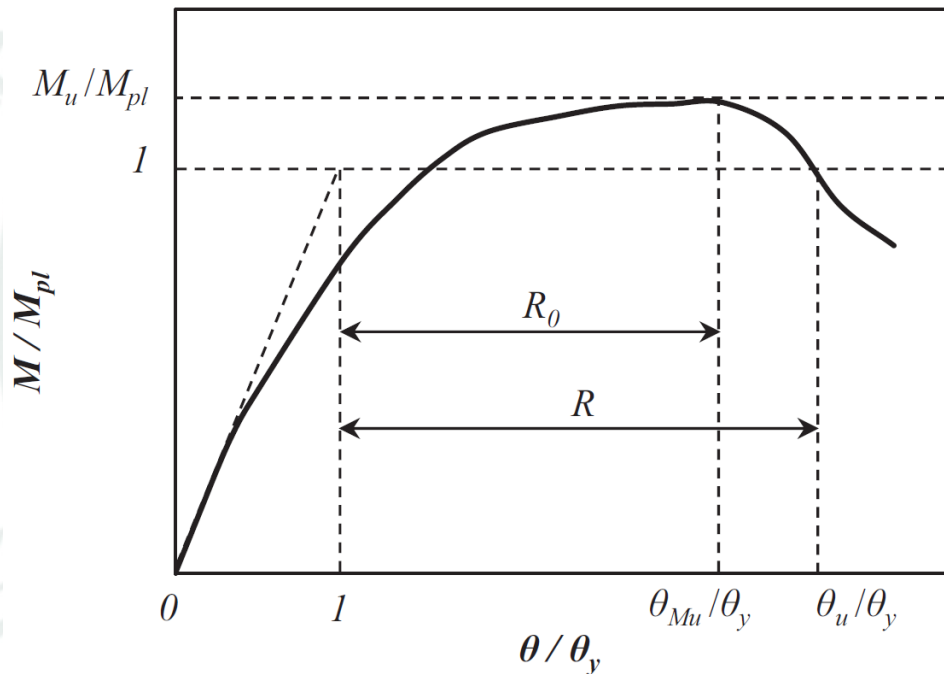


Nota. Reproducido de González-de-León et al. (2022b).

Tener en cuenta que la θ_y es la rotación de fluencia, aquella en la cual la sección entra a su rango inelástico y, como se puede observar en la Figura 37, se obtiene al proyectar la pendiente inicial de la *skeleton curve* hasta llegar al valor de M_p . θ_u es la rotación última, aquella que representa el punto donde la sección pierde su capacidad resistente y se obtiene en la intersección de la *skeleton curve* con la proyección de M_p . θ_{Mu} es la rotación máxima de la *skeleton curve*, que se corresponde con el momento máximo resistente de la sección que sería M_u .

Con estos valores, se calcular la capacidad de rotación R y R_0 observadas en la Figura 38.

Figura 38
Parámetros para la rotación plástica en la *skeleton curve* normalizada



Nota. Reproducido de González-de-León et al. (2022b).

Para obtener la capacidad de rotación plástica R y R_0 se utilizaron las siguientes ecuaciones:

$$R = \frac{\theta_u}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 5}$$

$$R_0 = \frac{\theta_{Mu}}{\theta_y} - 1 \quad \text{Ec. 6}$$

Cabe resaltar que, a partir de los resultados de los modelos de elementos finitos, de los cuales se extrajeron los lazos histeréticos y por consiguiente las *skeleton curves*, se obtuvieron las rotaciones θ_y , θ_u y θ_{Mu} , los cuales sirven para calcular la capacidad de rotación.

Los cálculos se resumen en la Tabla 13:

Tabla 13
Cálculos resumen para capacidades de rotación

ID	ETIQUETA	θ_y	θ_u	θ_{Mu}	R	Ro
1	100x100_1	0.0100	0.0316	0.0194	2.151	0.936
2	100x100_2	0.0100	0.0429	0.0293	3.272	1.915
3	100x100_3	0.0100	0.0525	0.0348	4.227	2.465
4	100x100_4	0.0100	0.0609	0.0477	5.069	3.747
5	100x100_5	0.0100	0.0765	0.0573	6.617	4.707
6	100x100_6	0.0100	0.1099	0.0783	9.945	6.803
7	100x100_7	0.0100	0.1297	0.0992	11.914	8.879
8	100x100_8	0.0100	0.1874	0.1500	17.660	13.933
9	100x100_9	0.0084	0.0236	0.0175	1.806	1.078
10	100x100_10	0.0084	0.0337	0.0250	3.005	1.970
11	100x100_11	0.0084	0.0392	0.0287	3.654	2.409
12	100x100_12	0.0084	0.0465	0.0386	4.519	3.574
13	100x100_13	0.0084	0.0616	0.0450	6.308	4.340
14	100x100_14	0.0084	0.0913	0.0595	9.838	6.060
15	100x100_15	0.0084	0.1037	0.0617	11.305	6.323
16	100x100_16	0.0084	0.1400	0.0997	15.602	10.825
1	50x100-S_1	0.0107	0.0225	0.0184	1.097	0.711
2	50x100-S_2	0.0107	0.0250	0.0183	1.330	0.709
3	50x100-S_3	0.0107	0.0345	0.0267	2.216	1.485
4	50x100-S_4	0.0107	0.0385	0.0288	2.589	1.682
5	50x100-S_5	0.0107	0.0510	0.0388	3.758	2.619
6	50x100-S_6	0.0107	0.0575	0.0481	4.360	3.480
7	50x100-S_7	0.0107	0.0760	0.0600	6.070	4.582
8	50x100-S_8	0.0108	0.0860	0.0689	6.992	5.407
9	50x100-S_9	0.0107	0.1250	0.0941	10.646	7.769
10	50x100-S_10	0.0090	0.0167	0.0147	0.856	0.633
11	50x100-S_11	0.0090	0.0170	0.0148	0.889	0.650
12	50x100-S_12	0.0090	0.0225	0.0150	1.500	0.667
13	50x100-S_13	0.0105	0.0250	0.0197	1.381	0.872
14	50x100-S_14	0.0090	0.0360	0.0275	3.000	2.056
15	50x100-S_15	0.0090	0.0390	0.0264	3.333	1.931
16	50x100-S_16	0.0090	0.0510	0.0375	4.667	3.167
17	50x100-S_17	0.0090	0.0565	0.0490	5.278	4.442
18	50x100-S_18	0.0090	0.0845	0.0699	8.389	6.771

ID	ETIQUETA	θ_y	θ_u	θ_{MU}	R	Ro
20	50x100-S_20	0.0070	0.0111	0.0096	0.586	0.376
21	50x100-S_21	0.0075	0.0170	0.0145	1.267	0.933
22	50x100-S_22	0.0070	0.0175	0.0140	1.500	1.001
23	50x100-S_23	0.0070	0.0257	0.0198	2.671	1.828
24	50x100-S_24	0.0070	0.0330	0.0174	3.714	1.489
25	50x100-S_25	0.0070	0.0408	0.0284	4.829	3.059
26	50x100-S_26	0.0070	0.0470	0.0388	5.714	4.545
27	50x100-S_27	0.0070	0.0700	0.0499	9.000	6.131
3	50x100-W_3	0.0190	0.0310	0.0250	0.629	0.313
4	50x100-W_4	0.0185	0.0370	0.0315	1.000	0.703
5	50x100-W_5	0.0195	0.0430	0.0300	1.205	0.538
6	50x100-W_6	0.0195	0.0480	0.0375	1.462	0.923
7	50x100-W_7	0.0195	0.0670	0.0475	2.436	1.436
8	50x100-W_8	0.0195	0.0820	0.0525	3.205	1.692
9	50x100-W_9	0.0190	0.1220	0.0850	5.421	3.474
1	50x150-S_1	0.0075	0.0090	0.0085	0.200	0.136
2	50x150-S_2	0.0070	0.0120	0.0099	0.714	0.416
3	50x150-S_3	0.0070	0.0165	0.0150	1.357	1.142
4	50x150-S_4	0.0075	0.0168	0.0143	1.240	0.902
5	50x150-S_5	0.0075	0.0248	0.0196	2.307	1.607
6	50x150-S_6	0.0075	0.0300	0.0198	3.000	1.634
7	50x150-S_7	0.0075	0.0405	0.0299	4.400	2.993
7	50x150-W_7	0.0180	0.0360	0.0291	1.000	0.617
8	50x150-S_8	0.0073	0.0485	0.0385	5.644	4.274
8	50x150-W_8	0.0185	0.0420	0.0300	1.270	0.621
9	50x150-S_9	0.0077	0.0715	0.0565	8.286	6.338
9	50x150-W_9	0.0180	0.0610	0.0368	2.389	1.047
15	50x150-S_15	0.0065	0.0215	0.0195	2.308	1.996
16	50x150-S_16	0.0065	0.0270	0.0190	3.154	1.923
17	50x150-S_17	0.0065	0.0350	0.0240	4.385	2.692
18	50x150-S_18	0.0065	0.0510	0.0397	6.846	5.102
24	50x150-S_24	0.0046	0.0114	0.0093	1.478	1.029
25	50x150-S_25	0.0050	0.0163	0.0097	2.260	0.948
26	50x150-S_26	0.0055	0.0200	0.0145	2.636	1.632
27	50x150-S_27	0.0050	0.0370	0.0181	6.400	2.629
1	50x75-S_1	0.0139	0.0357	0.0299	1.565	1.145
2	50x75-S_2	0.0139	0.0439	0.0380	2.152	1.727
3	50x75-S_3	0.0139	0.0522	0.0392	2.748	1.816
4	50x75-S_4	0.0139	0.0586	0.0492	3.209	2.528
5	50x75-S_5	0.0139	0.0733	0.0600	4.261	3.306
6	50x75-S_6	0.0139	0.0833	0.0683	4.981	3.900
7	50x75-S_7	0.0139	0.1075	0.0950	6.716	5.817
8	50x75-S_8	0.0139	0.1271	0.1023	8.119	6.343

ID	ETIQUETA	θ_y	θ_u	θ_{MU}	R	Ro
9	50x75-S_9	0.0121	0.0234	0.0185	0.930	0.529
10	50x75-S_10	0.0121	0.0318	0.0250	1.630	1.066
11	50x75-S_11	0.0121	0.0371	0.0288	2.068	1.383
12	50x75-S_12	0.0121	0.0438	0.0350	2.617	1.892
13	50x75-S_13	0.0121	0.0550	0.0450	3.545	2.718
14	50x75-S_14	0.0121	0.0616	0.0450	4.087	2.718
15	50x75-S_15	0.0121	0.0772	0.0587	5.375	3.852
16	50x75-S_16	0.0121	0.0872	0.0784	6.205	5.474
19	50x75-S_19	0.0088	0.0460	0.0383	4.255	3.379
20	50x75-S_20	0.0088	0.0425	0.0327	3.854	2.735
21	50x75-S_21	0.0088	0.0526	0.0410	5.005	3.679
22	50x75-S_22	0.0088	0.0539	0.0425	5.152	3.849
23	50x75-S_23	0.0088	0.0688	0.0550	6.840	5.269
1	50x75-W_1	0.0196	0.0329	0.0295	0.681	0.507
2	50x75-W_2	0.0196	0.0375	0.0281	0.915	0.435
3	50x75-W_3	0.0196	0.0461	0.0320	1.356	0.635
4	50x75-W_4	0.0196	0.0544	0.0420	1.777	1.146
5	50x75-W_5	0.0196	0.0693	0.0468	2.540	1.390
6	50x75-W_6	0.0196	0.0794	0.0565	3.059	1.887
7	50x75-W_7	0.0196	0.0977	0.0717	3.994	2.665
8	50x75-W_8	0.0196	0.1229	0.0900	5.284	3.598
11	50x75-W_11	0.0164	0.0393	0.0291	1.402	0.781
12	50x75-W_12	0.0164	0.0455	0.0379	1.786	1.317
13	50x75-W_13	0.0163	0.0573	0.0440	2.506	1.691
14	50x75-W_14	0.0163	0.0629	0.0484	2.845	1.961
15	50x75-W_15	0.0163	0.0815	0.0689	3.983	3.213
16	50x75-W_16	0.0163	0.0975	0.0644	4.963	2.940
1	75x75_1	0.0134	0.0368	0.0269	1.752	1.015
2	75x75_2	0.0134	0.0488	0.0398	2.653	1.977
3	75x75_3	0.0134	0.0553	0.0487	3.136	2.641
4	75x75_4	0.0134	0.0744	0.0587	4.571	3.394
5	75x75_5	0.0134	0.0872	0.0654	5.527	3.895
6	75x75_6	0.0134	0.1019	0.0765	6.627	4.724
7	75x75_7	0.0134	0.1292	0.1078	8.670	7.070
8	75x75_8	0.0113	0.0314	0.0240	1.771	1.121
9	75x75_9	0.0113	0.0402	0.0285	2.552	1.517
10	75x75_10	0.0113	0.0447	0.0380	2.952	2.358
11	75x75_11	0.0113	0.0577	0.0490	4.100	3.333
12	75x75_12	0.0113	0.0683	0.0550	5.036	3.860
13	75x75_13	0.0113	0.0762	0.0630	5.736	4.566
14	75x75_14	0.0113	0.1011	0.0736	7.932	5.502

Nota. Elaboración propia.



CAPITULO VI

6. PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA PREDECIR EL COMPORTAMIENTO DE COLUMNAS BAJO FLEXOCOMPRESIÓN POR CARGAS CÍCLICAS MEDIANTE EL DIAGRAMA MOMENTO-ROTACIÓN

6.1 PARAMETRIZACIÓN PARA LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN

A partir del estudio paramétrico realizado para las columnas, se clasificó y ordeno el conjunto de resultados aceptados, con el objetivo de generar expresiones que puedan predecir la capacidad de rotación, y esto fue posible a partir de gráficas que muestren tendencias de parámetros importantes calculados tras el análisis, como son:

- Esbeltez local de la sección λ La capacidad de rotación DISMINUYE al incrementarse λ .
- Nivel de carga axial n La capacidad de rotación DISMINUYE al incrementarse n .
- Esbeltez global del elemento L/r La capacidad de rotación DISMINUYE al incrementarse L/r .
- Rigidez de sección del elemento EI La capacidad de rotación INCREMENTA al disminuir EI .

Cabe resaltar que, en el parámetro de esbeltez del elemento, la variable de r es el radio de giro, que se calcula como se observa en la Ec. 19, donde son conocidos los valores de la inercia I , el cual fue descrito en la Ec. 8 y resumido los resultados en la Tabla 11; asimismo, se conoce el área A como el área de la sección.

$$r = \sqrt{I/A} \quad \text{Ec. 19}$$

La esbeltez local λ se calcula como se observa en la Ec. 20, donde b es la medida de la base de la sección y t es el espesor de la sección.

$$\lambda = b/t \quad \text{Ec. 20}$$

Finalmente se tiene a L que representa la longitud efectiva del elemento, la cual se describe en la Ec. 21.

$$L = k \times l \quad \text{Ec. 21}$$

Para obtener el factor de longitud efectiva k , se consulta la tabla C-A-7.1 del American Institute of Steel Construction (2022b) cómo se observa en la Figura 39. Para esta investigación

se utiliza el caso (e), dado que la columna será empotrada en la base, pero con libertad de desplazamiento en su punto superior, por lo tanto, el valor de k será de 2. Asimismo, se debe tener en cuenta que la longitud de las columnas es de 1000 mm.

Figura 39

Valores aproximados del factor de longitud efectiva

TABLE C-A-7.1 Approximate Values of Effective Length Factor, K						
Buckled shape of column is shown by dashed line	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended design value when ideal conditions are approximated	0.65	0.8	1.0	1.2	2.1	2.0
End condition code	 Rotation fixed and translation fixed  Rotation free and translation fixed  Rotation fixed and translation free  Rotation free and translation free  Rotation fixed, horizontal translation fixed, and vertical translation free  Rotation free, horizontal translation fixed, and vertical translation free					

Nota. Reproducido de *Specification for Structural Steel Buildings-ANSI/AISC 360-22* (Comm. 7.2, p. 16.1-650) por American Institute of Steel Construction (2022b).

Los parámetros descritos al comienzo del capítulo convergen en una expresión empírica dada por Bustamante-Mora et al. (2025) y descrita en la Ec. 22, la cual denominó “Grado de susceptibilidad” que indica la pérdida de la capacidad de rotación de las columnas de acero al trabajar por flexo-compresión; es decir, a mayor grado de susceptibilidad, menor será la capacidad de rotación de una columna, siendo inversamente proporcionales entre sí.

$$S = \frac{\lambda (1 + n)^3 (L/r)}{EI} \times 10^6 \quad \text{Ec. 22}$$

Asimismo, Bustamante-Mora et al. (2025) propone expresiones para el cálculo de R y R_0 que dependen del Grado de Susceptibilidad S , las cuales se describen en la Ec. 23 y Ec. 24:

$$R = \begin{cases} 0.55 \cdot S^{-0.55} & (S < 0.05) \\ 1.60 \cdot S^{-0.20} & (0.05 \leq S \leq 1) \end{cases} \quad \text{Ec. 23}$$

$$R_0 = S^{-0.28} \quad (S \leq 1) \quad \text{Ec. 24}$$

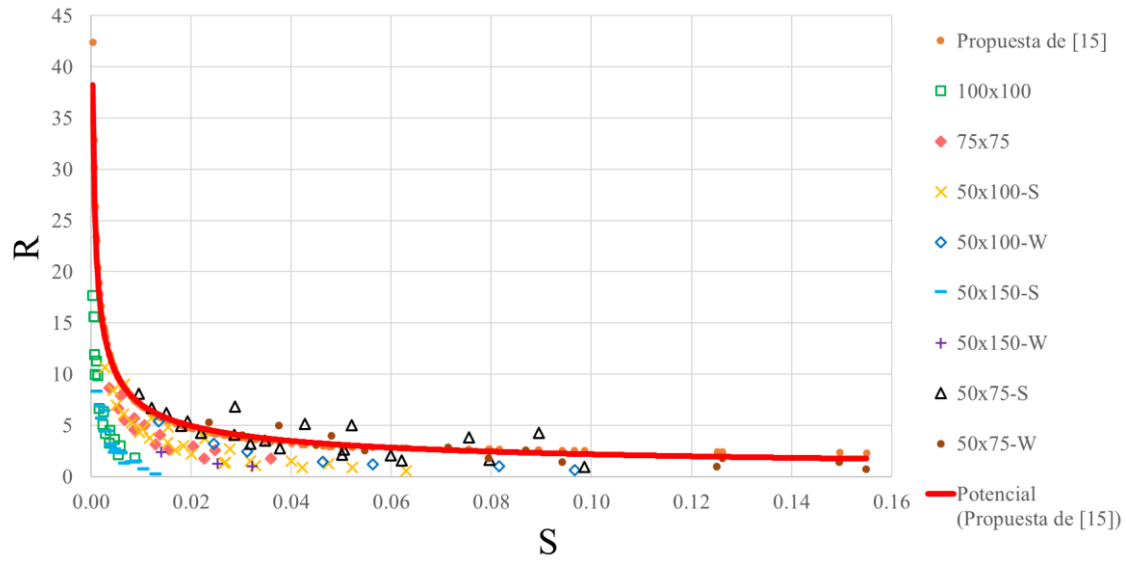
Para el presente estudio, la Ec. 22 de Bustamante-Mora et al. (2025) tendrá variaciones en el grado de implicación de las variables y sus exponentes, puesto que fue concebida para su estudio orientado a columnas metálicas de sección hueca de acero inoxidable, mientras en la presente investigación se centra en columnas de acero al carbono. De igual manera, la Ec. 23 y Ec. 24 de Bustamante-Mora et al. (2025) se deben volver a plantear, dado que se tiene un material distinto.

La ecuación del Grado de Susceptibilidad S tiene 3 factores adimensionales, siendo la esbeltez local de la sección λ un factor adimensional de un grado alto de intervención, seguido del nivel de carga axial n que también tiene un grado alto de intervención y por último la esbeltez del elemento L/r que tiene un grado moderado a bajo de intervención; luego está el denominador, donde ambos valores son dimensionales, empezando por la rigidez de la sección, la cual está conformada por el módulo de Young E expresado en MPa, seguido de la inercia I que esta expresado en mm^4 . El resultado de esta expresión está multiplicado por un factor de 10^6 , para incrementar los valores del Grado de Susceptibilidad y acercarlos a dígitos entre 0 y 1, dado que son muy pequeños.

A partir del análisis previo, se determinó ajustar la ecuación de Bustamante-Mora et al. (2025) en el exponente de la esbeltez local de la sección λ y del nivel de carga axial n , de forma que se ajuste la capacidad de rotación R y R_0 , los cuales fueron obtenidos de los modelos de elementos finitos. Gráficamente, se tiene una tendencia entre los valores de la capacidad de rotación y el grado de susceptibilidad, como se puede apreciar en la Figura 40 y Figura 41, realizadas con la expresión base de Bustamante-Mora et al. (2025):

Figura 40

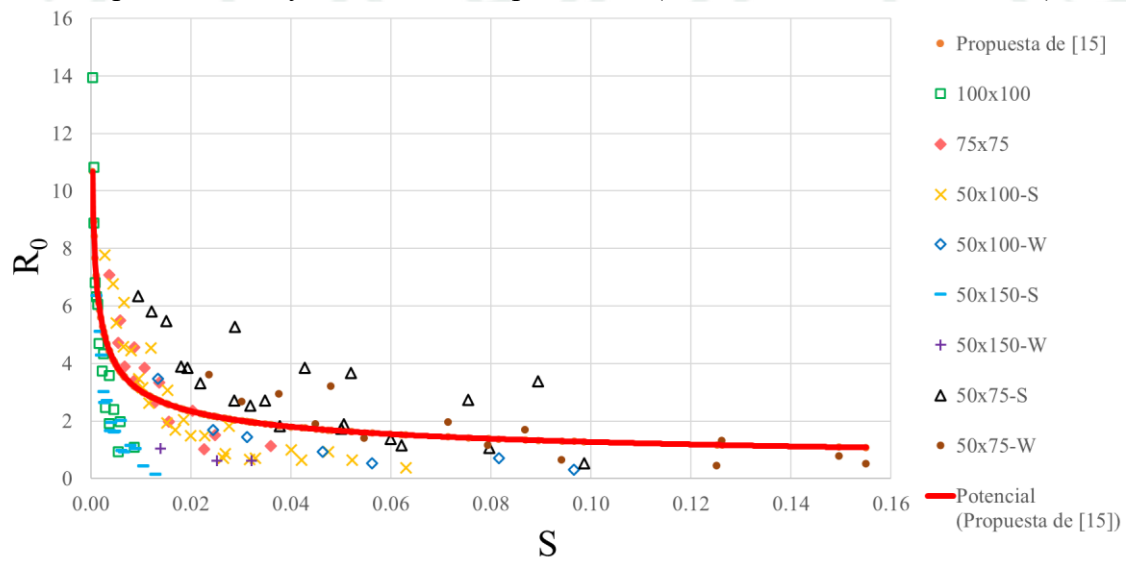
Gráfica comparativa de S y R usando la expresión de (Bustamante-Mora et al., 2025)



Nota. Elaboración propia.

Figura 41

Gráfica comparativa de S y R_0 usando la expresión de (Bustamante-Mora et al., 2025)



Nota. Elaboración propia.

Como se observa tanto en la Figura 40 como la Figura 41, la propuesta de Bustamante-Mora et al. (2025) no se ajustan a la tendencia de los datos. Asimismo, se observa que dicha expresión concentra los puntos a la izquierda de la gráfica, por lo tanto, se debe cambiar la expresión del Grado de Susceptibilidad S , dado que la intención es que todos los puntos se redistribuyan y ajusten lo mejor posible a la curva de tendencia roja. Como se indicó anteriormente, la relación entre la capacidad de rotación R y R_0 y el Grado de Susceptibilidad S , es inversamente proporcional, dado que cuando la capacidad de rotación R o R_0 es mayor, la susceptibilidad S , disminuye y viceversa.

Nótese en los extremos de la Figura 40 y la Figura 41, que aquellos valores con una capacidad de rotación R y R_0 elevada se correlacionan con un Grado de Susceptibilidad S cercano a 0, significando que poseen una rigidez considerable, la cual es poco susceptible a disminuir su capacidad rotatoria, mientras que los valores de R y R_0 pequeños junto a S muy altos, significa una baja rigidez, por ser elementos delgados y esbeltos.

Es necesario calibrar la susceptibilidad para tener una expresión más fiable para el caso particular del acero al carbono, permitiendo predecir la capacidad de rotación de una columna. Lo que se busca es que la expresión disperse mejor los datos, generando una tendencia que permita predecir la capacidad de rotación R y R_0 .

El análisis realizado fue el siguiente:

- Se asignó un mayor exponente a la esbeltez local, considerando que influye en el tipo de falla de las paredes de la columna. Se le considera el exponente 2.
- Se redujo el exponente a la carga axial, considerando que se contrapesa con la esbeltez local. Se le considera el exponente 2.
- Se consideró multiplicar la expresión por 10^5 para que esté entre valores de 0 y 0.60.

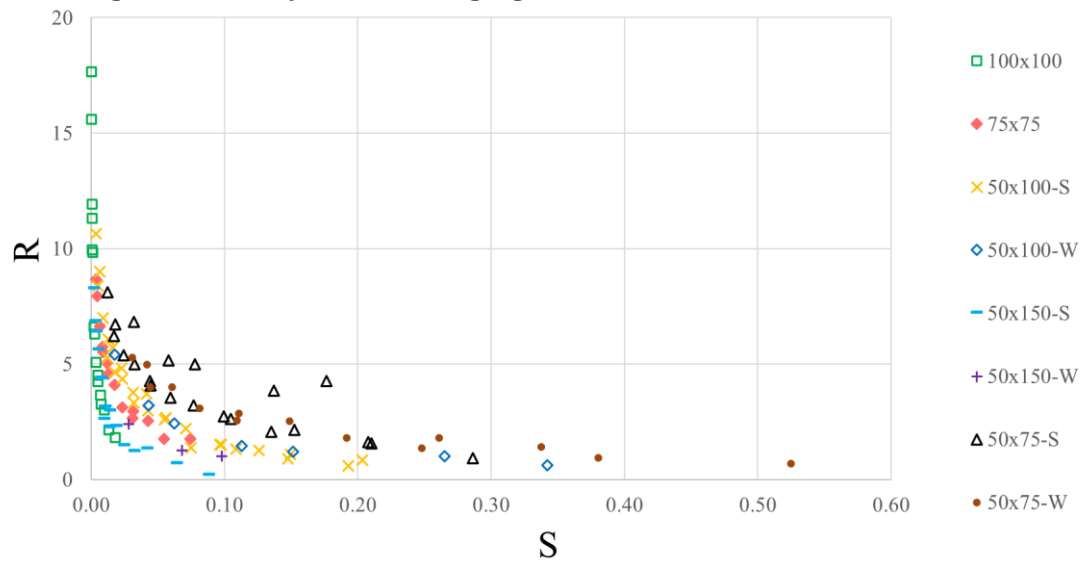
Tras los cambios descritos anteriormente, se obtiene la Ec. 25:

$$S = \frac{(\lambda)^2 (1 + n)^2 (L/r)}{EI} \times 10^5 \quad \text{Ec. 25}$$

Para comprobar que los resultados teóricos se dispersan mejor, se realiza un gráfico que relaciona el valor de S con sus las capacidades de rotación R en la Figura 42 y R_0 en la Figura 43:

Figura 42

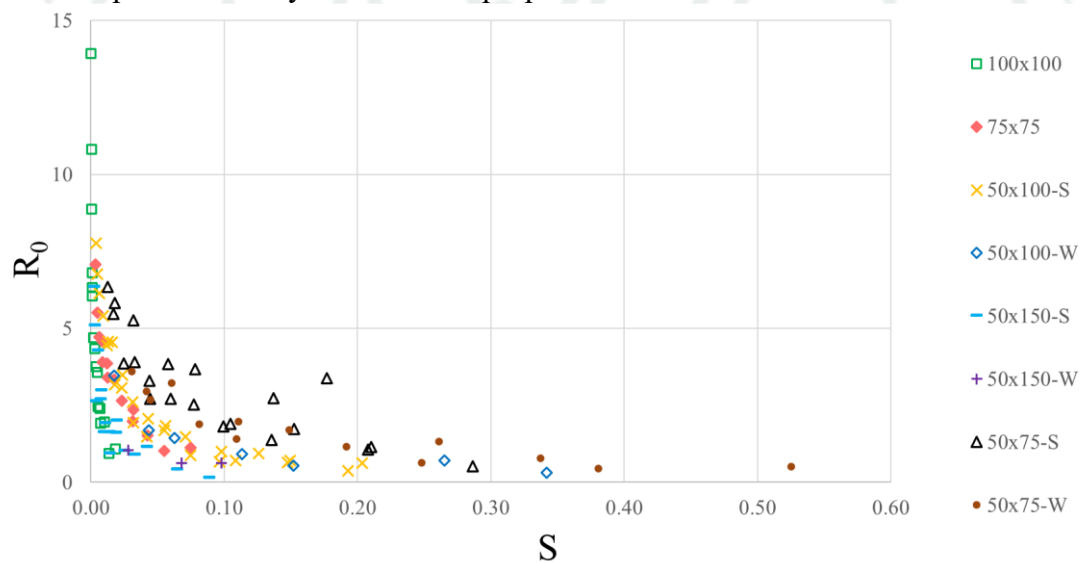
Gráfica comparativa de S y R usando la propuesta



Nota. Elaboración propia.

Figura 43

Gráfica comparativa de S y R_0 usando la propuesta



Nota. Elaboración propia.

Como se observa, los datos ahora si tienen una baja dispersión y se aproximan a una tendencia visible, tanto para R como para R_0 .

6.2 PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA ESTIMACIÓN DE LA CAPACIDAD DE ROTACIÓN

Las expresiones para las curvas de tendencia parten de la ecuación potencial general como se muestra en la Ec. 26:

$$Y = k \times x^n \quad \text{Ec. 26}$$

Para el caso actual, se considera la capacidad de rotación R y R_0 como valores a calcular reemplazando a Y , luego a una constante k y a la susceptibilidad S acompañado de un exponente que describe el gráfico exponencial como se ve en la Ec. 27 y Ec. 28:

$$R = k_1 \times S^a \quad \text{Ec. 27}$$

$$R_0 = k_2 \times S^b \quad \text{Ec. 28}$$

Donde k_1 , k_2 , a y b son los coeficientes necesarios para la obtención de la curva de tendencia que se ajuste a los datos de dispersión ordenados en la sección previa. Todos estos valores oscilan entre 0 y 1, de esta forma se iteraron hasta converger en las expresiones mostradas en Ec. 29 y Ec. 30:

$$R = 0.86 \times S^{-0.37} \quad \text{Ec. 29}$$

$$R_0 = 0.53 \times S^{-0.38} \quad \text{Ec. 30}$$

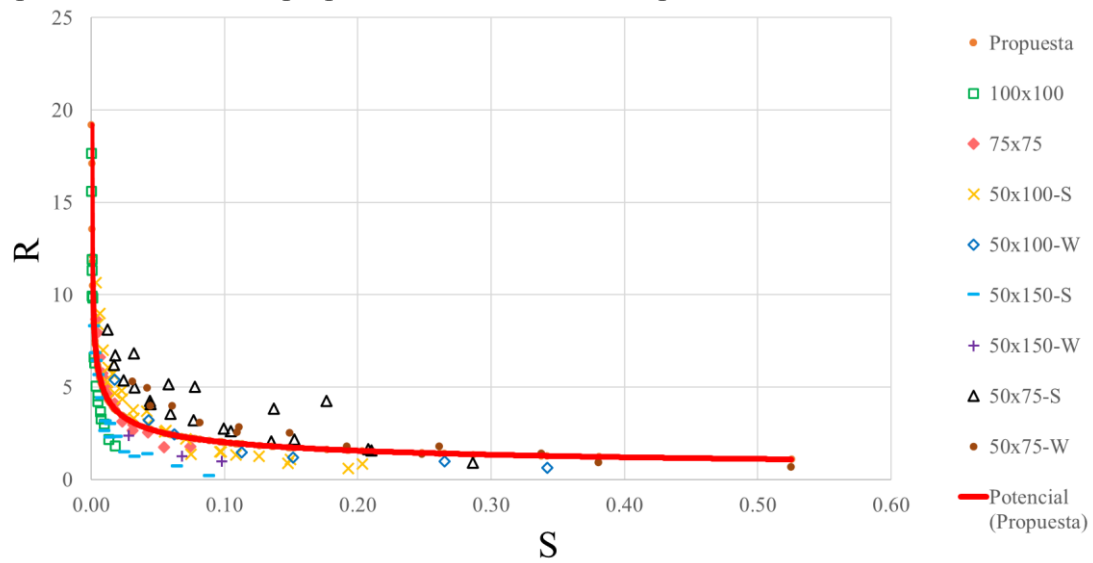
Siendo:

- $k_1 = 0.86$
- $k_2 = 0.53$
- $a = -0.37$
- $b = -0.38$

Por último, se realiza la comparación de estas expresiones de tendencia con los datos de dispersión en los gráficos de R vs S y R_0 vs S , para comprobar el ajuste de la curva con la dispersión de los datos.

Figura 44

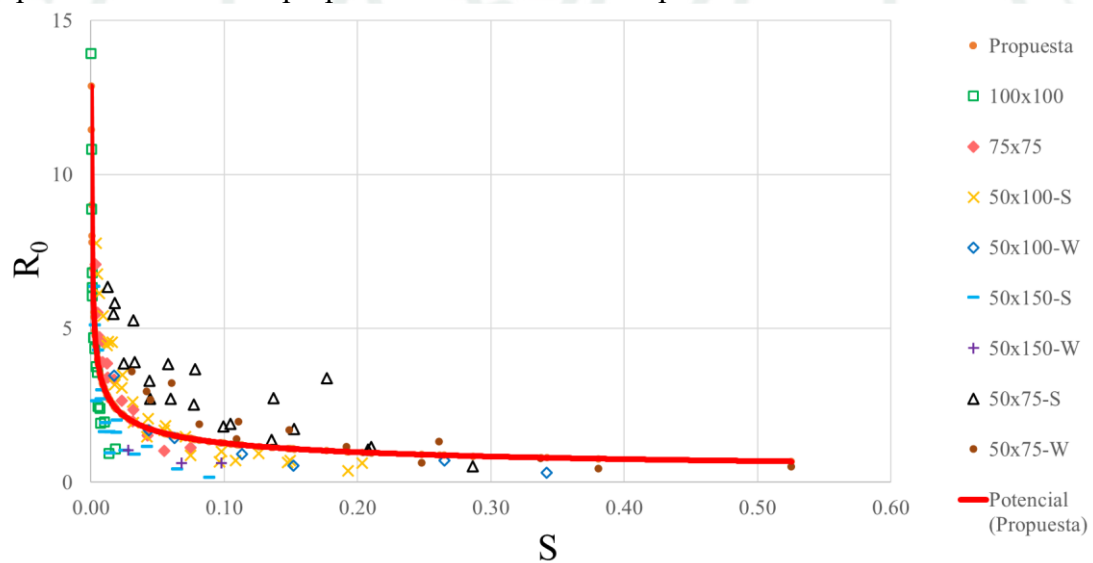
Comparativa de curva de propuesta con los datos de experimentales del MEF - R



Nota. Elaboración propia.

Figura 45

Comparativa de curva de propuesta con los datos de experimentales del MEF - R_0



Nota. Elaboración propia.

Como se observa en las Figura 44 y Figura 45, se tiene un buen ajuste entre la curva de tendencia propuesta y los valores obtenidos experimentalmente. Cabe resaltar también la existencia de un pequeño grupo de datos que no se aproxima del todo a la curva, considerando que se trata de un fenómeno muy complejo, cuyo objetivo es su simplificación.

6.3 PARAMETRIZACIÓN PARA OBTENER EL MOMENTO ÚLTIMO

Con el objetivo de evaluar la capacidad resistente de las columnas metálicas de sección rectangular hueca, bajo flexo-compresión, es que se plantea parametrizar el momento último, esto se logra a partir de la comparación entre formulaciones teóricas y resultados numéricos, es decir, aquellos obtenidos mediante los modelos de elementos finitos, viendo la correlación de estos datos mediante su cociente y también, que relación los une con los otros parámetros influyentes en su capacidad resistente.

- Momento último teórico **M_u** Propuesto por Bruneau et al. (2011), la cual considera el incremento de resistencia debido al endurecimiento por deformación.
- Momento último experimental **M_{uFE}** Valores obtenidos gracias a los modelos numéricos de los elementos finitos ensayados.
- Ratio **M_u/M_{uFE}** Valor que representa cuanto se logra predecir el momento último mediante la propuesta, valores cercanos a 1 indican buena respuesta; bajos a 1, subestiman la resistencia (conservadores).

Para el valor teórico M_u , se usó la expresión propuesta por Bruneau et al. (2011), que se observa en la Ec. 31, además del factor C_{pr} descrita en la Ec. 32, que es aquel que toma en cuenta el efecto de endurecimiento por deformación:

$$M_u = C_{pr} \times M_{pe} = C_{pr} \times R_y \times M_p \quad \text{Ec. 31}$$

$$C_{pr} = \frac{f_y + f_u}{2 f_y} \leq 1.2 \quad \text{Ec. 32}$$

Asimismo, el parámetro M_{pe} (Momento plástico esperado) se expresa amplificando el M_p (Momento plástico) con el factor R_y , el cual está definido según el American Institute of Steel Construction (2022a) cómo la relación entre el esfuerzo de fluencia esperado y el esfuerzo de fluencia mínimo especificado; es decir, cuando se fabrica acero, no se hace para que tenga exactamente el f_y especificado, sino que se le aplica un cierto factor de seguridad, para que nunca este por debajo del mínimo requerido. Los valores de R_y se observan en la Tabla 14 del American Institute of Steel Construction (2022a):

Tabla 14Valores de R_y y R_t para acero

TABLE A3.2 R_y and R_t Values for Steel and Steel Reinforcement Materials		
Application	R_y	R_t
Hot-Rolled Structural Shapes and Bars		
• ASTM A36/A36M	1.5	1.2
• ASTM A529 Gr. 50 [345]	1.2	1.2
• ASTM A529 Gr. 55 [380]	1.1	1.2
• ASTM A572/A572M Gr. 50 [345], or 55 [380]	1.1	1.1
• ASTM A588/A588M	1.1	1.1
• ASTM A709/A709M Gr. 36 [250]	1.5	1.2
• ASTM A709/A709M Gr. 50 [345]	1.1	1.1
• ASTM A709/A709M Gr. 50S [345S]	1.1	1.1
• ASTM A709/A709M Gr. 50W [345W]	1.1	1.1
• ASTM A709/A709M QST 50 [QST 345], A709/A709M QST 50S [QST 345S], • A709/A709M QST 65 [QST 450], or A709/A709M QST 70 [QST 485]	1.1	1.1
• ASTM A913/A913M Gr. 50 [345], 60 [415], 65 [450], or 70 [485]	1.1	1.1
• ASTM A992/A992M	1.1	1.1
• ASTM A1043/A1043M Gr. 36 [250]	1.3	1.1
• ASTM A1043/A1043M Gr. 50 [345]	1.2	1.1
Hollow Structural Sections (HSS)		
• ASTM A53/A53M	1.6	1.2
• ASTM A500/A500M Gr. B	1.4	1.3
• ASTM A500/A500M Gr. C	1.3	1.2
• ASTM A501/A501M	1.4	1.3
• ASTM A1085/A1085M Gr. A[a]	1.25	1.15
Plates, Strips, and Sheets		
• ASTM A36/A36M	1.3	1.2
• ASTM A572/A572M Gr. 42 [290]	1.3	1.0
• ASTM A572/A572M Gr. 50 [345], Gr. 55 [380]	1.1	1.2
• ASTM A588/A588M	1.1	1.2
• ASTM A709/A709M Gr. 36 [250]	1.3	1.2
• ASTM A709/A709M Gr. 50 [345]	1.1	1.2
• ASTM A709/A709M Gr. 50W [345W]	1.1	1.2

• ASTM A1011/A1011M HSLAS Gr. 55 [380]	1.1	1.1
• ASTM A1043/A1043M Gr. 36 [250]	1.3	1.1
• ASTM A1043/A1043M Gr. 50 [345]	1.2	1.1

Steel Reinforcement

• ASTM A615/A615M Gr. 60 [420]	1.2	1.2
• ASTM A615/A615M Gr. 80 [550]	1.1	1.2
• ASTM A706/A706M Gr. 60 [420] and Gr. 80 [550]	1.2	1.2

[a] ASTM A1085/A1085M material is only available in Grade A; therefore, it is permitted to specify ASTM A1085/A1085M without any grade designation.

Nota. Reproducido de *Seismic Provisions for Structural Steel Building-ANSI/AISC 341-22* (Sect. A3, p. 9.1-6) por el *American Institute of Steel Construction (2022a)*.

Según la Tabla 14, a R_y le corresponde el valor de 1.4, sin embargo, ya se explicó anteriormente que R_y es una relación entre el esfuerzo de fluencia real entre el esfuerzo de fluencia mínimo; entonces, se debe dar el valor de 1 a esta variable, dado que se utilizó un modelo numérico en el cual el esfuerzo de fluencia es exacto de un modelo a otro.

Por lo tanto, la expresión para el cálculo del momento último se observa en la Ec. 33:

$$M_u = C_{pr} \times M_p \quad \text{Ec. 33}$$

El valor de C_{pr} se obtiene directamente, sabiendo que $f_y = 279$ MPa, $f_u = 400$ MPa, entonces $C_{pr} = 1.216$, pero la condición indica claramente que no se debe superar el factor 1.2, por lo que finalmente $C_{pr} = 1.2$, de esta forma ya se tiene el valor teórico de M_u que se observa en la Ec. 34.

$$M_u = 1.2 M_p \quad \text{Ec. 34}$$

Con ello se tiene los valores teóricos y experimentales, como se muestra a continuación en la Tabla 15:

Tabla 15

Valores del momento último teórico, momento último de los elementos finitos y el cociente entre ambos

ID	ETIQUETA	n	M_u	Mu_{FE}	Mu/Mu_{FE}
1	100x100_1	0.2	15.69	15.86	0.990
2	100x100_2	0.2	19.03	20.61	0.923
3	100x100_3	0.2	21.41	23.99	0.892
4	100x100_4	0.2	23.79	27.46	0.866
5	100x100_5	0.2	28.56	34.88	0.819

ID	ETIQUETA	<i>n</i>	<i>Mu</i>	<i>Mu</i>_{FE}	<i>Mu</i>/<i>Mu</i>_{FE}
6	100x100_6	0.2	38.12	51.16	0.745
7	100x100_7	0.2	13.04	14.33	0.910
8	100x100_8	0.2	42.91	59.66	0.719
9	100x100_9	0.4	57.34	88.31	0.649
10	100x100_10	0.4	15.81	18.78	0.842
11	100x100_11	0.4	17.79	22.14	0.804
12	100x100_12	0.4	19.77	25.27	0.783
13	100x100_13	0.4	23.74	32.22	0.737
14	100x100_14	0.4	31.69	47.31	0.670
15	100x100_15	0.4	35.68	54.86	0.650
16	100x100_16	0.4	47.70	82.13	0.581
1	50x100-S_1	0.2	4.94	4.76	1.038
2	50x100-S_2	0.2	5.49	5.31	1.035
3	50x100-S_3	0.2	3.99	3.61	1.103
4	50x100-S_4	0.2	6.32	6.10	1.035
5	50x100-S_5	0.2	4.58	5.09	0.900
6	50x100-S_6	0.2	6.87	7.40	0.927
7	50x100-S_7	0.2	4.98	5.62	0.886
8	50x100-S_8	0.2	8.24	9.90	0.832
9	50x100-S_9	0.2	5.98	8.07	0.741
10	50x100-S_10	0.4	9.07	10.90	0.832
11	50x100-S_11	0.4	6.58	8.62	0.764
12	50x100-S_12	0.4	6.40	6.11	1.046
13	50x100-S_13	0.4	10.99	14.15	0.777
14	50x100-S_14	0.4	7.98	12.08	0.660
15	50x100-S_15	0.4	5.76	5.55	1.036
16	50x100-S_16	0.4	7.36	7.64	0.963
17	50x100-S_17	0.4	12.37	16.35	0.757
18	50x100-S_18	0.4	8.98	14.63	0.614
20	50x100-S_20	0.6	8.00	8.44	0.947
21	50x100-S_21	0.6	9.60	10.75	0.893
22	50x100-S_22	0.6	10.56	12.31	0.858
23	50x100-S_23	0.6	12.80	15.89	0.805
24	50x100-S_24	0.6	14.40	18.27	0.788
25	50x100-S_25	0.6	19.22	26.51	0.725
26	50x100-S_26	0.6	16.51	23.73	0.696
27	50x100-S_27	0.6	11.99	21.02	0.570
3	50x100-W_3	0.2	4.47	3.77	1.185
4	50x100-W_4	0.2	4.86	4.37	1.111
5	50x100-W_5	0.2	5.83	5.48	1.064
6	50x100-W_6	0.2	6.41	6.35	1.010
7	50x100-W_7	0.2	7.78	8.21	0.948
8	50x100-W_8	0.2	8.75	9.46	0.925

ID	ETIQUETA	n	μ	μ_{FE}	μ/μ_{FE}
9	50x100-W_9	0.2	11.69	13.61	0.858
1	50x150-S_1	0.2	17.19	14.54	1.182
2	50x150-S_2	0.2	12.77	14.09	0.906
3	50x150-S_3	0.2	20.84	24.50	0.850
4	50x150-S_4	0.2	15.48	17.98	0.861
5	50x150-S_5	0.2	23.44	27.85	0.842
6	50x150-S_6	0.2	17.42	24.22	0.719
7	50x150-S_7	0.2	31.27	42.43	0.737
8	50x150-S_8	0.2	23.24	35.09	0.662
9	50x150-S_9	0.2	10.82	9.22	1.174
15	50x150-S_15	0.4	12.02	10.74	1.120
16	50x150-S_16	0.4	13.82	12.59	1.098
17	50x150-S_17	0.4	15.03	14.78	1.017
18	50x150-S_18	0.4	18.03	18.26	0.988
24	50x150-S_24	0.6	19.84	20.88	0.950
25	50x150-S_25	0.6	24.05	27.32	0.880
26	50x150-S_26	0.6	27.06	32.50	0.833
27	50x150-S_27	0.6	36.09	46.66	0.774
7	50x150-W_7	0.2	10.66	10.30	1.035
8	50x150-W_8	0.2	11.99	11.70	1.025
9	50x150-W_9	0.2	16.01	16.85	0.950
1	50x75-S_1	0.2	3.20	3.25	0.986
2	50x75-S_2	0.2	3.56	3.60	0.988
3	50x75-S_3	0.2	4.09	4.65	0.881
4	50x75-S_4	0.2	2.89	3.84	0.753
5	50x75-S_5	0.2	4.45	5.00	0.890
6	50x75-S_6	0.2	3.14	4.12	0.762
7	50x75-S_7	0.2	5.34	6.50	0.822
8	50x75-S_8	0.2	3.77	5.00	0.754
9	50x75-S_9	0.4	5.88	7.48	0.786
10	50x75-S_10	0.4	4.15	6.62	0.627
11	50x75-S_11	0.4	7.13	9.51	0.749
12	50x75-S_12	0.4	5.03	8.74	0.576
13	50x75-S_13	0.4	8.02	11.04	0.726
14	50x75-S_14	0.4	3.77	3.79	0.995
15	50x75-S_15	0.4	4.19	4.40	0.951
16	50x75-S_16	0.4	4.81	5.11	0.943
19	50x75-S_19	0.6	5.23	5.90	0.887
20	50x75-S_20	0.6	6.28	7.19	0.874
21	50x75-S_21	0.6	6.91	8.21	0.842
22	50x75-S_22	0.6	8.38	10.43	0.804
23	50x75-S_23	0.6	9.43	12.31	0.766
1	50x75-W_1	0.2	2.89	2.89	1.001

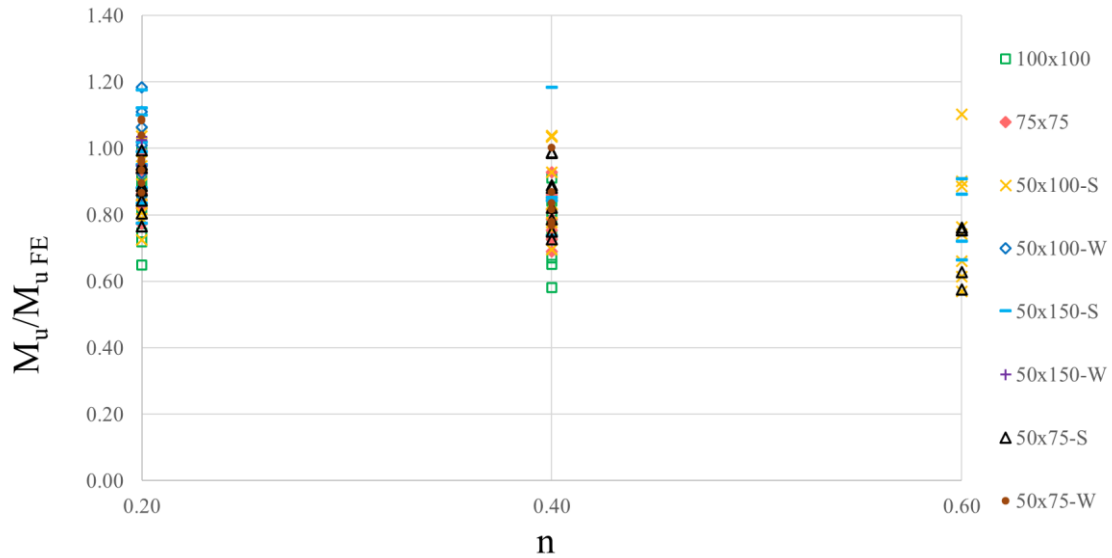
ID	ETIQUETA	n	μ	μ_{FE}	μ/μ_{FE}
2	50x75-W_2	0.2	3.14	3.62	0.868
3	50x75-W_3	0.2	3.77	4.51	0.836
4	50x75-W_4	0.2	4.15	5.09	0.815
5	50x75-W_5	0.2	5.03	6.46	0.779
6	50x75-W_6	0.2	5.67	7.38	0.767
7	50x75-W_7	0.2	2.83	2.60	1.086
8	50x75-W_8	0.2	3.14	2.90	1.083
11	50x75-W_11	0.4	3.61	3.48	1.038
12	50x75-W_12	0.4	4.71	4.88	0.965
13	50x75-W_13	0.4	3.93	4.10	0.958
14	50x75-W_14	0.4	5.18	5.55	0.934
15	50x75-W_15	0.4	6.29	7.02	0.896
16	50x75-W_16	0.4	7.08	8.18	0.865
1	75x75_1	0.2	5.56	5.99	0.928
2	75x75_2	0.2	6.67	7.76	0.860
3	75x75_3	0.2	7.34	9.00	0.815
4	75x75_4	0.2	8.90	11.31	0.787
5	75x75_5	0.2	10.02	13.28	0.754
6	75x75_6	0.2	11.13	15.32	0.727
7	75x75_7	0.2	13.37	19.38	0.690
8	75x75_8	0.4	6.69	6.74	0.992
9	75x75_9	0.4	8.03	8.63	0.930
10	75x75_10	0.4	8.83	9.55	0.924
11	75x75_11	0.4	10.71	12.39	0.864
12	75x75_12	0.4	12.05	14.28	0.844
13	75x75_13	0.4	13.39	16.35	0.819
14	75x75_14	0.4	16.08	20.83	0.772

Nota. Elaboración propia.

Observando los resultados, claramente se observa que se tiene una dispersión importante en cuanto a los ratios, para lo cual se hace un gráfico donde se compare el nivel de carga axial n con el ratio μ/μ_{FE} , como se observa en la Figura 46.

Figura 46

Gráfica comparativa de dispersión del ratio M_u / M_{uFE} según el nivel de carga axial



Nota. Elaboración propia.

Se observa que el ratio M_u / M_{uFE} no se acercan a la unidad, por el contrario, el rango parte de 0.6 a 1.2, indicando que con la actual ecuación de Bruneau et al. (2011) no se logra predecir el momento último de las columnas, haciendo necesario calibrar los momentos con ayuda de un factor que afecte y mejore los ratios, es decir, que modifique directamente el cálculo de M_u y lo aproxime a los valores experimentales obtenidos.

6.4 PROPUESTA DE EXPRESIONES PARA OBTENER EL MOMENTO ÚLTIMO

Para ajustar el cálculo de M_u y aproximarlos a los resultados obtenidos por los modelos de elementos finitos, se propuso buscar un factor numérico f que afecte a la expresión del cálculo, tal como la Ec. 33, pero configurada al nuevo factor, como se muestra en la Ec. 35.

$$Mu_{corregido} = f \times M_{u_Bruneau} \quad \text{Ec. 35}$$

Sin embargo, este factor no puede ser arbitrario, debe resultar de algún parámetro nuevo que lo regule. En cuanto al grado de susceptibilidad S , si bien mostró un buen desempeño en cuanto a la estimación de la capacidad rotatoria, se observó que su aplicación en la estimación de la resistencia y momentos, por sí solo no permite una buena correlación con los resultados obtenidos mediante elementos finitos, por ello surge un parámetro nuevo al cual se le denominará φ , que establecerá las condiciones para f , por lo cual f pasa a ser f_φ dado que es dependiente de φ .

$$Mu_{corregido} = f_\varphi \times M_{u_Bruneau} \quad \text{Ec. 36}$$

- f_φ : factor numérico dependiente de φ

Entonces φ tiene que incorporar características geométricas, de rigidez y comportamiento elástico e inelástico del elemento, estas deben mejorar la estimación del momento último y además no debe ser un cálculo complejo dado el objetivo de la presente investigación. Se sabe que uno de los valores más importantes para las columnas es el de su esbeltez, asociado a fenómenos de inestabilidad y abollamiento, que se mide mediante la relación ancho-espesor b/t , que viene a ser el aporte geométrico; luego se tiene que abordar la rigidez del elemento, donde hay valores importantes como el módulo de elasticidad E , y la inercia de sección I ; en cuanto al comportamiento inelástico, ya se tiene una expresión desarrollada anteriormente, la capacidad de rotación estable R_0 dada por la Ec. 30.

Tras un proceso de calibración paramétrica, donde se buscó combinar variables que puedan representar adecuadamente el comportamiento estructural de los modelos de elementos finitos, se propone la siguiente expresión para φ como se observa en la Ec. 37:

$$\varphi = \frac{(b/t)^{0.5}}{(EI \times R_0)^{0.1}} \times 10 \quad \text{Ec. 37}$$

Dado que la esbeltez local tiene influencia directa en la reducción de la capacidad resistente, se ubica en el numerador, haciendo que φ incremente con la esbeltez que, a mayor valor, refleja condiciones estructurales más desfavorables, en cuanto a los valores de EI , R_0 , se ubican en el denominador pues tanto rigidez flexional como capacidad de rotación, contribuyen a mejorar el comportamiento estructural, actuando de cierta forma, contrario a la esbeltez, cabe resaltar que los exponentes menores a la unidad, se calibraron para moderar la influencia de cada variable, además de reducir la dispersión de datos y finalmente se multiplica por diez con fines de normalización o escalamiento para obtener valores de φ con una cifra entera y un decimal.

A partir de φ , ya definido previamente, se establece una relación empírica que permite ajustar f_φ en función del nivel de carga axial n para diferentes rangos de φ , como se observa en la Tabla 16:

Tabla 16
Factores empíricos propuestos

Tabla de factores f_φ					
Para n=0.2		Para n=0.4		Para n=0.6	
Condición	f_φ	Condición	f_φ	Condición	f_φ
$\varphi < 2$	1.25	$\varphi < 1.8$	1.45	$\varphi < 2.5$	1.75
$2 \leq \varphi < 2.5$	1.15	$1.8 \leq \varphi < 2.5$	1.3	$2.5 \leq \varphi < 3.2$	1.50
$2.5 \leq \varphi < 3$	1.10	$2.5 \leq \varphi < 3.65$	1.15	$3.2 \leq \varphi < 4$	1.15
$3 \leq \varphi < 4$	1.00	$\varphi \geq 3.65$	0.95	$4 \leq \varphi < 5$	1.10
$4 \leq \varphi < 5.2$	0.90			$\varphi \geq 5$	0.90
$\varphi \geq 5.2$	0.80				

Nota. Elaboración propia.

Se observa que, para niveles de carga axial constante, el valor f_φ disminuye conforme φ aumenta, siendo un comportamiento consistente pues valores mayores de φ se asocian a condiciones más desfavorables como alta esbeltez o menor capacidad inelástica.

En la Tabla 17 se observa el cálculo de φ , así como el $Mu_{\text{corregido}}$ y el nuevo ratio.

Tabla 17
Cálculo de factor propuesto, momento último corregido y el cociente entre este valor y el momento último de los elementos finitos

ID	ETIQUETA	φ	$Mu_{\text{corregido}}$	$Mu_{\text{corregido}}/Mu_{FE}$
1	100x100_1	3.35	15.69	0.990
2	100x100_2	2.90	20.93	1.015
3	100x100_3	2.66	23.55	0.982
4	100x100_4	2.46	27.36	0.996
5	100x100_5	2.15	32.85	0.942
6	100x100_6	1.73	47.65	0.931
7	100x100_7	1.58	53.64	0.899
8	100x100_8	1.26	71.67	0.812
9	100x100_9	3.38	15.00	1.047
10	100x100_10	2.94	18.19	0.968
11	100x100_11	2.69	20.46	0.924
12	100x100_12	2.49	25.71	1.017
13	100x100_13	2.17	30.86	0.958
14	100x100_14	1.75	45.95	0.971
15	100x100_15	1.59	51.73	0.943
16	100x100_16	1.27	69.16	0.842
1	50x100-S_1	5.57	4.60	0.829
2	50x100-S_2	5.16	5.76	0.942
3	50x100-S_3	4.66	6.62	0.866
4	50x100-S_4	4.39	7.20	0.852

ID	ETIQUETA	φ	$\text{Mu}_{\text{corregido}}$	$\text{Mu}_{\text{corregido}}/\text{Mu}_{\text{FE}}$
5	50x100-S_5	3.84	9.60	0.893
6	50x100-S_6	3.58	10.56	0.858
7	50x100-S_7	3.11	12.80	0.805
8	50x100-S_8	2.85	15.84	0.867
9	50x100-S_9	2.30	22.10	0.834
10	50x100-S_10	5.64	4.70	0.986
11	50x100-S_11	5.22	5.22	0.983
12	50x100-S_12	4.72	6.00	0.984
13	50x100-S_13	4.44	6.52	0.881
14	50x100-S_14	3.89	7.83	0.791
15	50x100-S_15	3.62	10.43	0.956
16	50x100-S_16	3.14	12.64	0.894
17	50x100-S_17	2.88	14.22	0.870
18	50x100-S_18	2.33	21.46	0.904
20	50x100-S_20	5.28	3.59	0.993
21	50x100-S_21	4.77	5.04	0.990
22	50x100-S_22	4.48	5.48	0.975
23	50x100-S_23	3.93	6.88	0.853
24	50x100-S_24	3.66	7.57	0.878
25	50x100-S_25	3.18	11.97	0.991
26	50x100-S_26	2.91	13.47	0.921
27	50x100-S_27	2.35	20.98	0.998
3	50x100-W_3	5.50	3.57	0.948
4	50x100-W_4	5.17	4.37	1.000
5	50x100-W_5	4.53	5.25	0.958
6	50x100-W_6	4.22	5.77	0.909
7	50x100-W_7	3.66	7.78	0.948
8	50x100-W_8	3.36	8.75	0.925
9	50x100-W_9	2.71	12.86	0.944
1	50x150-S_1	6.07	8.65	0.939
2	50x150-S_2	5.63	9.62	0.896
3	50x150-S_3	5.09	12.44	0.988
4	50x150-S_4	4.79	13.52	0.915
5	50x150-S_5	4.20	16.23	0.889
6	50x150-S_6	3.92	19.84	0.950
7	50x150-S_7	3.41	24.05	0.880
8	50x150-S_8	3.12	27.06	0.833
9	50x150-S_9	2.53	39.70	0.851
15	50x150-S_15	3.96	16.33	1.123
16	50x150-S_16	3.45	23.96	0.978
17	50x150-S_17	3.16	26.96	0.968
18	50x150-S_18	2.56	35.96	0.848
24	50x150-S_24	4.00	14.04	0.996

ID	ETIQUETA	φ	Mu _{corregido}	Mu _{corregido} /Mu _{FE}
25	50x150-S_25	3.48	17.80	0.990
26	50x150-S_26	3.19	26.12	1.079
27	50x150-S_27	2.58	34.86	0.993
7	50x150-W_7	4.44	9.59	0.932
8	50x150-W_8	4.07	10.79	0.923
9	50x150-W_9	3.29	16.01	0.950
1	50x75-S_1	5.22	3.01	0.796
2	50x75-S_2	4.83	3.77	0.856
3	50x75-S_3	4.36	4.33	0.848
4	50x75-S_4	4.10	4.71	0.798
5	50x75-S_5	3.59	6.28	0.874
6	50x75-S_6	3.34	6.91	0.842
7	50x75-S_7	2.90	9.22	0.884
8	50x75-S_8	2.65	10.37	0.843
9	50x75-S_9	5.28	3.04	0.937
10	50x75-S_10	4.89	3.38	0.939
11	50x75-S_11	4.41	3.89	0.837
12	50x75-S_12	4.15	4.23	0.845
13	50x75-S_13	3.63	6.14	0.945
14	50x75-S_14	3.38	6.76	0.904
15	50x75-S_15	2.93	8.19	0.862
16	50x75-S_16	2.68	9.22	0.835
19	50x75-S_19	4.46	3.18	0.828
20	50x75-S_20	4.19	3.46	0.838
21	50x75-S_21	3.67	4.34	0.867
22	50x75-S_22	3.42	4.77	0.721
23	50x75-S_23	2.96	7.55	0.864
1	50x75-W_1	5.74	2.26	0.869
2	50x75-W_2	5.32	2.51	0.866
3	50x75-W_3	4.80	3.25	0.934
4	50x75-W_4	4.51	3.53	0.862
5	50x75-W_5	3.95	4.71	0.965
6	50x75-W_6	3.68	5.18	0.934
7	50x75-W_7	3.19	6.29	0.896
8	50x75-W_8	2.92	7.79	0.952
11	50x75-W_11	4.86	2.75	0.951
12	50x75-W_12	4.57	2.98	0.825
13	50x75-W_13	3.99	3.58	0.794
14	50x75-W_14	3.72	3.94	0.775
15	50x75-W_15	3.22	5.79	0.896
16	50x75-W_16	2.95	6.51	0.882
1	75x75_1	3.93	6.69	0.992

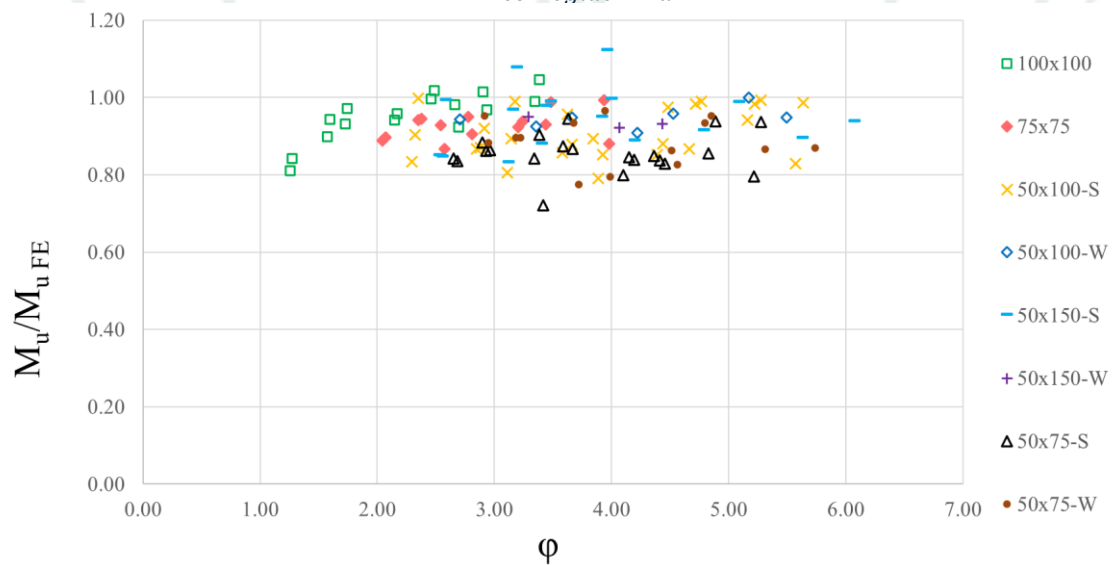
ID	ETIQUETA	ϕ	$Mu_{\text{corregido}}$	$Mu_{\text{corregido}}/Mu_{FE}$
2	75x75_2	3.44	8.03	0.930
3	75x75_3	3.21	8.83	0.924
4	75x75_4	2.78	11.78	0.951
5	75x75_5	2.54	13.25	0.928
6	75x75_6	2.35	15.40	0.942
7	75x75_7	2.05	18.49	0.888
8	75x75_8	3.98	5.28	0.881
9	75x75_9	3.48	7.67	0.989
10	75x75_10	3.24	8.44	0.938
11	75x75_11	2.81	10.23	0.905
12	75x75_12	2.57	11.52	0.868
13	75x75_13	2.38	14.47	0.945
14	75x75_14	2.07	17.38	0.897

Nota. Elaboración propia.

Tras aplicar el factor f_ϕ a los momentos últimos de Bruneau et al. (2011), se logra minimizar la dispersión del ratio M_u/M_{uFE} , logrando que los valores estén en el rango de 0.8 a 1, como se muestra en la Figura 47 y Figura 48.

Figura 47

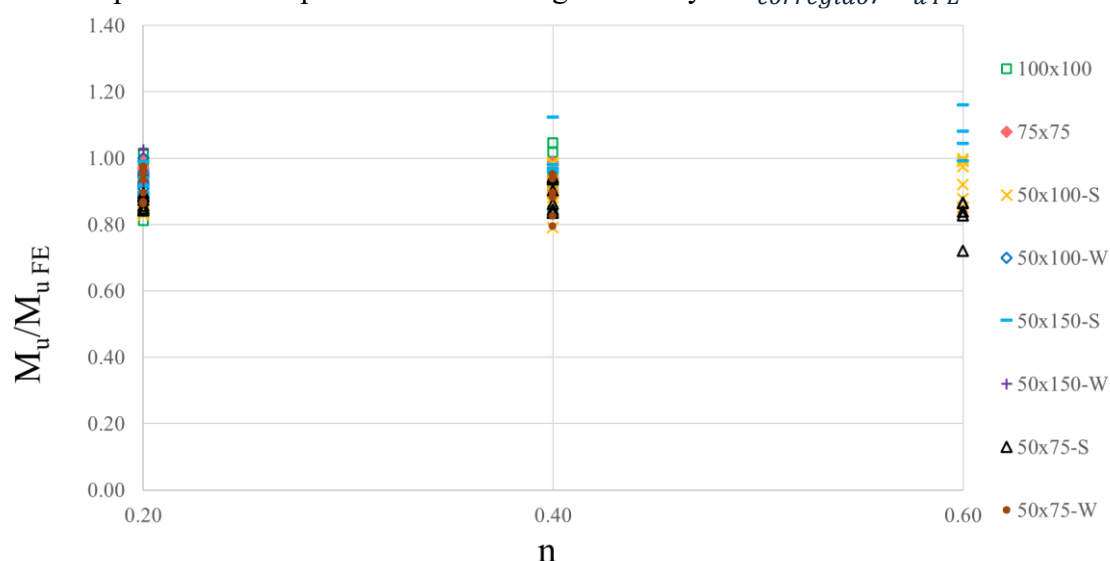
Gráfica comparativa de dispersión ϕ y $Mu_{\text{corregido}}/M_{uFE}$



Nota. Elaboración propia.

Figura 48

Gráfica comparativa de dispersión nivel de carga axial n y $M_{u\text{corregido}}/M_{uFE}$



Nota. Elaboración propia.

Como se observa en la Figura 47, el factor φ ha permitido dar límites para diferentes niveles de carga axial y, tras aplicar el factor f_φ a la ecuación de momento último de Bruneau et al. (2011) se ha logrado predecir mejor los momentos últimos para diferentes columnas.

Nótese que, en la Figura 48, para distintos niveles de carga axial, se ha logrado hacer una mejor predicción de los momentos últimos en comparación con la ecuación inicial dada por Bruneau et al. (2011). Nótese que, a mayor carga axial, algunas secciones pierden precisión en la propuesta para predecir el momento último y tienden a dispersarse un poco más, esto debido a que mientras incrementa la carga axial, naturalmente se vuelve más inestable y sensible a pequeñas variaciones, lo que se traduce en un comportamiento menos predecible y más complejo.

De esta forma se propone una metodología de cálculo con la Tabla 16, propuesta como una herramienta práctica que permite mejorar la estimación del momento último, integrando de forma simplificada los efectos de la esbeltez, rigidez y carga axial, cabe aclarar que su validez está dada para los rangos propuestos y parámetros analizados como el n , reiterando el carácter empírico y sus limitaciones consecuentes.

6.5 VALIDACIÓN DE LA PREDICCIÓN DE LA ROTACIÓN DE FLUENCIA θ_y

Con el fin de evaluar la precisión de la formulación realizada para estimar la rotación de fluencia θ_y , se hizo una comparación entre los valores obtenidos mediante elementos finitos y aquellos calculados de manera teórica, para lograrlo se adoptaron expresiones que se basan

en el comportamiento elástico de un elemento en voladizo, donde la rotación puede calcularse con la Ec. 38.

$$\theta = \frac{\Delta}{L} \quad \text{Ec. 38}$$

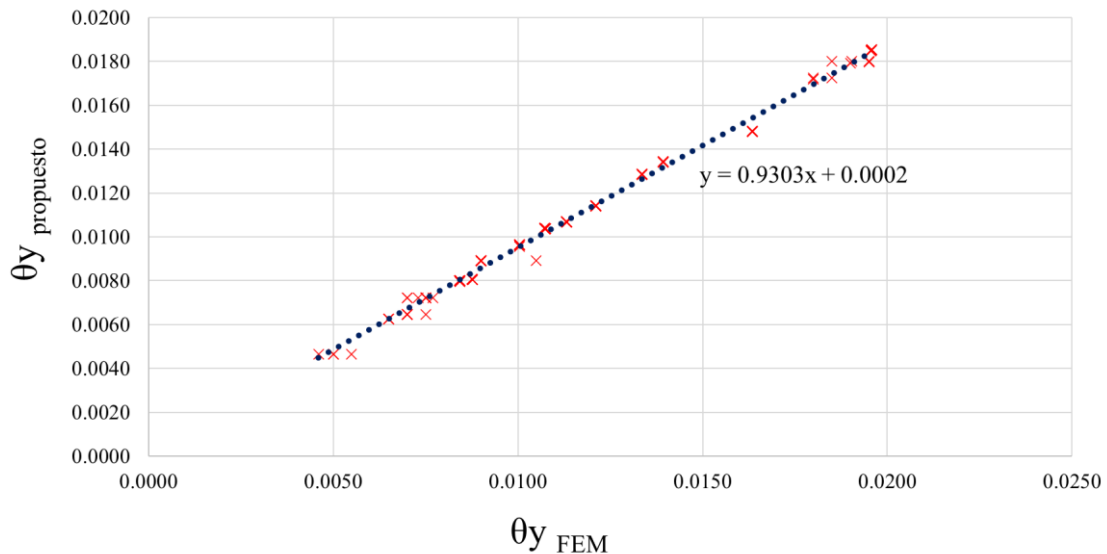
Nótese que Δ es el desplazamiento lateral y L es la longitud del elemento, entonces para el caso presente, las columnas se representan a modo de vigas en voladizo, empotradas en un extremo y con un momento aplicado en el otro extremo libre, y si dicho momento se considera el momento plástico M_p , se tiene una propuesta para calcular la rotación según Bustamante-Mora et al. (2025):

$$\theta_{y,propuesta} = \frac{M_p \times L}{3EI} \quad \text{Ec. 39}$$

La comparación entre los valores propuestos calculados con la Ec. 39 y los obtenidos mediante los elementos finitos se observan en la Figura 49:

Figura 49

Comparación entre la propuesta para θ_y y los valores de los elementos finitos



Nota. Elaboración propia.

Como se observa en la Figura 49, la pendiente de la curva es 0.93, lo que indica que los valores tuvieron una buena correlación y que se logra predecir la rotación de fluencia al 93%, además de un promedio del ratio $\theta_{y,propuesta}/\theta_{yFE}$ de 0.95. En ambos casos, son cercanos a la unidad, probando que la formulación hecha permite estimar adecuadamente la rotación de fluencia.

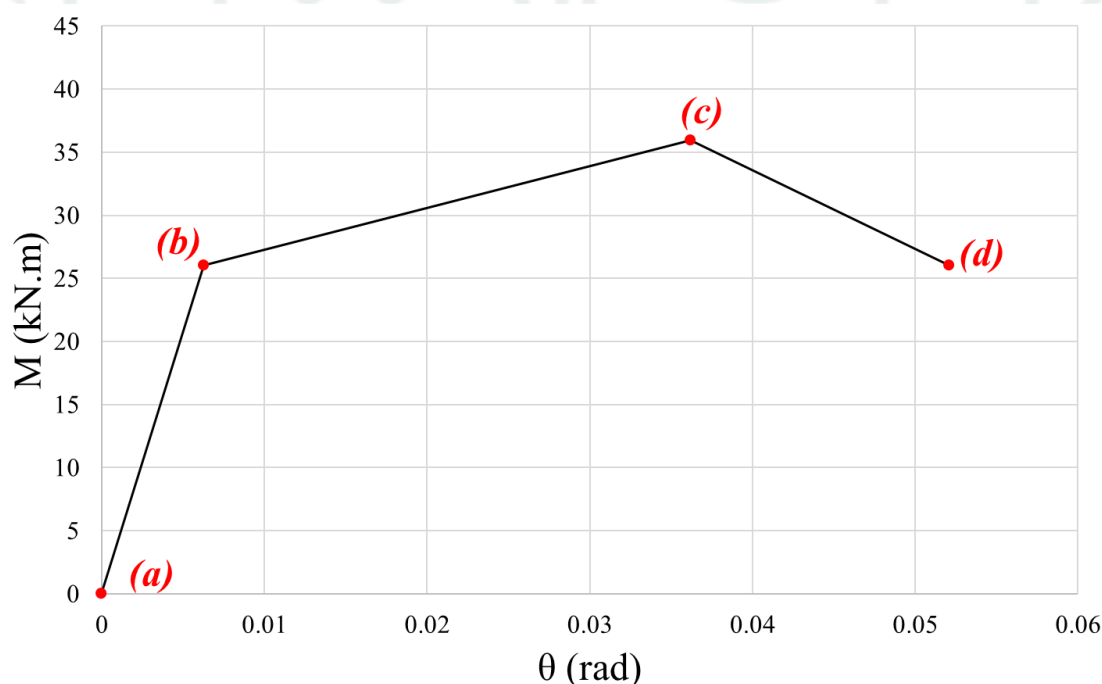
6.6 VERIFICACIÓN DE PROPUESTAS

Los resultados obtenidos con las expresiones propuestas pueden ser mostrados de forma gráfica usando la *skeleton curve*, que es una representación tri-lineal de las curvas momento-rotación, comparándolos con las *skeleton curve* obtenidos de los elementos finitos y observar su precisión. Para ello se tomaron un total de 6 secciones representativas de los especímenes trabajados, se extrajeron las curvas momento-rotación (*skeleton curve*), y se compararon con las representaciones tri-lineales propuestas para cada una de las curvas, según se muestra en la Figura 51.

Las representaciones tri-lineales se logran al unir 4 puntos principales, que representan las transiciones entre comportamiento elástico y plástico hasta el fallo. El primer punto (a) es la coordenada de origen (0,0) que se une mediante una línea, al segundo punto (b), representando el tramo elástico, es decir (θ_y, M_p) ; el tercer punto (c) es el valor máximo de momento y su respectiva rotación, es decir (θ_{Mu}, M_u) y por último el cuarto punto (d) que representa la caída de la resistencia del elemento hasta llegar su falla, (θ_u, M_p) .

Figura 50

Representación tri-lineal estándar de curvas momento-rotación



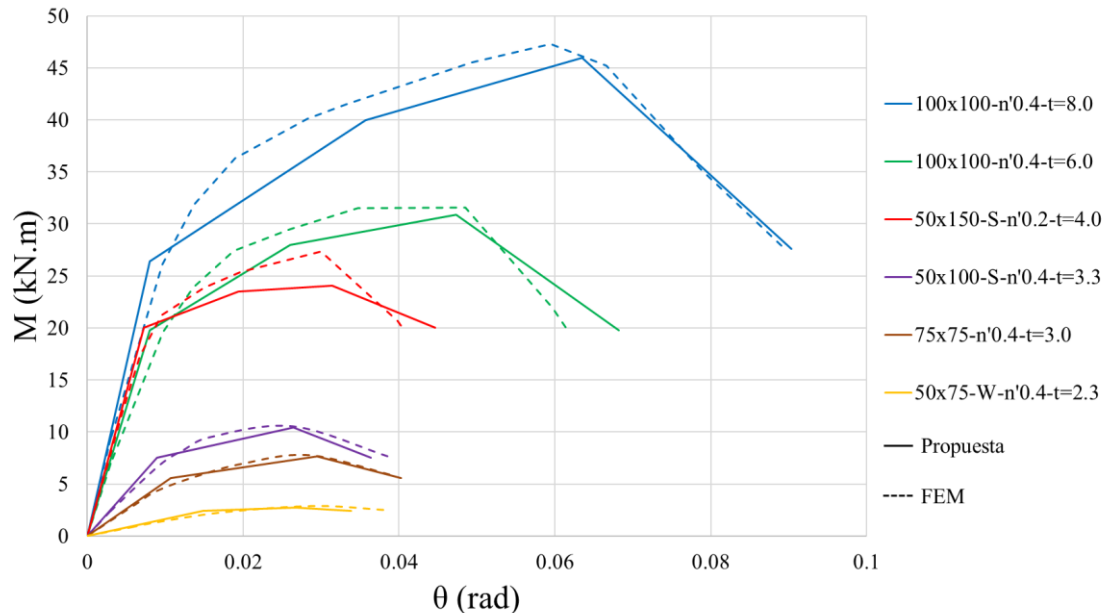
Nota. Elaboración propia.

Cabe aclarar que esta representación es una idealización del comportamiento, la envolvente simplificada de la *skeleton curve*. Nótese en la Figura 51, la presencia de un punto adicional entre los puntos (b) y (c) para las secciones representadas en color azul, verde y rojo,

representando únicamente un punto de transición, cuyo objetivo es suavizar la curva para una mejor representación y visualización, pues a partir del final del tramo elástico que es una recta, adopta la forma de una curva en todo su desarrollo plástico.

Figura 51

Comparación de curvas momento-rotación entre modelos propuestos y las obtenidas por los elementos finitos



Nota. Elaboración propia.

Como está indicado en la leyenda, las curvas con línea discontinua son aquellas obtenidas mediante los modelos de elementos finitos, mientras que las curvas con línea continua y de modelo tri-linear son aquellas que forman parte de los resultados de la presente investigación, mostrando una adecuada correlación. Esto comprueba que las expresiones empíricas propuestas y parámetros tomados, representan adecuadamente el comportamiento rotacional y el comportamiento estructural esperado para el presente estudio de columnas metálicas rectangulares de sección hueca sometidas a flexo-compresión bajo el método de elementos finitos.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

- La compilación de datos de la literatura, tanto en el material específico de estudio, acero al carbono, como los referentes en el estudio del acero inoxidable, resultaron consistentes y adecuados para el análisis numérico y procedimiento metodológico aplicado en la presente investigación.
- Los modelos desarrollados para la validación numérica de los especímenes ensayados por Su et al. (2006), fueron capaces de capturar la respuesta cíclica adecuadamente en su comportamiento no lineal, lo que dio paso al desarrollo de modelos propuestos correctamente caracterizados tanto en propiedades mecánicas como condiciones de análisis.
- Utilizando modelos de elementos finitos para un total de 201 columnas, se establecieron las propiedades paramétricas más importantes que influyeron significativamente en la capacidad de rotación y momento último, tales como la esbeltez local de la sección λ , el nivel de carga axial n , la esbeltez global del elemento L/r , la rigidez de la sección EI , esfuerzo de fluencia f_y , dimensiones de sección h, b, t , momento plástico M_p y rotaciones $\theta_y, \theta_{Mu}, \theta_u$, caracterizando su comportamiento elastoplástico.
- Los resultados computacionales de los elementos finitos se procesaron a partir de 118 modelos aceptados, cuyo estudio se centró en el comportamiento no lineal e involucró la calibración de parámetros para el grado de susceptibilidad S , propuesta de capacidades de rotación R y R_0 , correlación y análisis de dispersión de datos para tendencias óptimas, para la propuesta de nuevos factores empíricos f_ϕ que lograron aproximar el cálculo de M_u , de acuerdo con el nuevo parámetro propuesto ϕ , involucrando esbeltez, rigidez y comportamiento no lineal.
- En función a los resultados obtenidos, se logró proponer expresiones sencillas que permiten predecir el comportamiento de las columnas estudiadas, mediante los diagramas momento-rotación, de forma conjunta con los factores empíricos f_ϕ .

a) Grado de susceptibilidad:
$$S = \frac{(\lambda)^2 (1+n)^2 (L/r)}{EI} \times 10^5$$

b) Capacidad de rotación plástica total:
$$R = 0.86 \times S^{-0.37}$$

c) Capacidad de rotación plástica estable:
$$R_0 = 0.53 \times S^{-0.38}$$

d) Parámetro de relación ϕ :
$$\phi = \frac{(b/t)^{0.5}}{(EI \times R_0)^{0.1}} \times 10$$

e) Momento último $M_{u\text{corregido}}$:
$$M_{u\text{corregido}} = f_\phi \times M_{u\text{Bruneau}}$$

f) Tabla de factores empíricos f_φ :

Tabla de factores f_φ					
Para $n=0.2$		Para $n=0.4$		Para $n=0.6$	
Condición	f_φ	Condición	f_φ	Condición	f_φ
$\varphi < 2$	1.25	$\varphi < 1.8$	1.45	$\varphi < 2.5$	1.75
$2 \leq \varphi < 2.5$	1.15	$1.8 \leq \varphi < 2.5$	1.3	$2.5 \leq \varphi < 3.2$	1.50
$2.5 \leq \varphi < 3$	1.10	$2.5 \leq \varphi < 3.65$	1.15	$3.2 \leq \varphi < 4$	1.15
$3 \leq \varphi < 4$	1.00	$\varphi \geq 3.65$	0.95	$4 \leq \varphi < 5$	1.10
$4 \leq \varphi < 5.2$	0.90			$\varphi \geq 5$	0.90
$\varphi \geq 5.2$	0.80				

- Se validó la predicción de los valores rotacionales de fluencia $\theta_{y,propuesta}$ y $\theta_{y,FEM}$, mediante su correlación, mostrando una adecuada concordancia, con una pendiente de 0.93 y una relación promedio de 0.95, cuyos valores cercanos a la unidad evidencian una correcta estimación del modelo propuesto.
- La propuesta está basada en la investigación previa de Bustamante-Mora et al. (2025), ajustada a un material distinto, el acero al carbono, dado que en dicha investigación, se hizo uso del acero inoxidable, evidenciando que el enfoque metodológico es idóneo para predecir el comportamiento no lineal de las columnas de acero y transferible a otros materiales estructurales.

RECOMENDACIONES

- La presente investigación supone los primeros pasos para llegar al diseño de columnas de acero al carbono con expresiones más sencillas, sin el grado conservador y las iteraciones que actualmente se deben realizar. Se recomienda continuar esta línea de investigación para lograr dicho fin.
- Los resultados obtenidos demuestran la viabilidad del uso de expresiones empíricas simplificadas, por ello se recomienda ampliar los estudios ensayando especímenes reales de forma experimental, esto es ideal para una mejor validación de las expresiones propuestas en investigaciones futuras, dado que, en la presente, se basó completamente en los modelos de elementos finitos computacionales.
- Teniendo en cuenta que en la práctica estructural no solo se emplean secciones tubulares rectangulares, se recomienda extender la presente metodología de investigación para otros tipos de secciones, tales como secciones circulares, secciones tipo H, secciones tipo I, etc. Para evaluar la generalización del modelo.

REFERENCIAS

- Afshan, S., & Gardner, L. (2013). The continuous strength method for structural stainless steel design. *Thin-Walled Structures*, 68, 42-49.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tws.2013.02.011>
- Seismic Provisions for Structural Steel Buildings, (2022a).
<https://www.aisc.org/aisc/publications/current-standards/aisc-360/>
- Specification for Structural Steel Buildings, (2022b).
<https://www.aisc.org/aisc/publications/current-standards/aisc-360/>
- American Society for Testing and Materials. (2018). *Standard Specification for High-Strength Low-Alloy Structural Steel* (ASTM A242/A242M). A. International.
- American Society for Testing and Materials. (2019a). *Standard Specification for Carbon Structural Steel* (ASTM A36). (ASTM A36/A36M). A. International.
- American Society for Testing and Materials. (2019b). *Standard Specification for High-Strength Carbon-Manganese Steel of Structural Quality* (ASTM A529/A529M). A. International.
- American Society for Testing and Materials. (2021). *Standard Specification for Hot-Formed Welded and Seamless Carbon Steel Structural Tubing* (ASTM A501/A501M). A. International.
- American Society for Testing and Materials. (2023). *Standard Specification for Cold-Formed Welded and Seamless Carbon Steel Structural Tubing in Rounds and Shapes* (ASTM A500/A500M). A. International.
- Arrayago, I., Picci, F., Mirambell, E., & Real, E. (2015). Interaction of bending and axial load for ferritic stainless steel RHS columns. *Thin-Walled Structures*, 91, 96-107.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.02.012>
- Arrayago, I., Real, E., Gardner, L., & Mirambell, E. (2021). The Continuous Strength Method for the design of stainless steel hollow section beam-columns. *Engineering Structures*, 238, 111981. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.111981>
- Arrayago, I., Real, E., Mirambell, E., & Gardner, L. (2020). The Continuous Strength Method for the design of stainless steel hollow section columns. *Thin-Walled Structures*, 154, 106825. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.106825>
- Bathe, K. J. (2006). *Finite Element Procedures*. Prentice Hall.
<https://books.google.com.pe/books?id=rWvefGICfO8C>

- Belytschko, T., Lin, J. I., & Chen-Shyh, T. (1984). Explicit algorithms for the nonlinear dynamics of shells. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 42(2), 225-251. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(84\)90026-4](https://doi.org/10.1016/0045-7825(84)90026-4)
- Bhadeshia, H., & Honeycombe, R. (2017). Chapter 1 - Iron and Its Interstitial Solutions. In *Steels: Microstructure and Properties (Fourth Edition)* (pp. 1-22). Butterworth-Heinemann. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100270-4.00001-9>
- Bock, M., Gardner, L., & Real, E. (2015). Material and local buckling response of ferritic stainless steel sections. *Thin-Walled Structures*, 89, 131-141. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2014.12.012>
- Bombarde, D. S., Silla, L. N., Gautam, S. S., & Nandy, A. (2024). A Comprehensive Comparative Review of Various Advanced Finite Elements to Alleviate Shear, Membrane and Volumetric Locking. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 31(4), 1979-2013. <https://doi.org/10.1007/s11831-023-10050-x>
- Borja Suárez, M. (2016). Metodología de investigación científica para ingeniería civil. *Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo*.
- Bruneau, M., Uang, C. M., & Sabelli, S. E. R. (2011). *Ductile Design of Steel Structures, 2nd Edition*. Mcgraw-hill. https://books.google.com.pe/books?id=7VUHdBwLi_AC
- Bustamante-Mora, B., Arrayago, I., González-de-León, I., & Real, E. (2025). Expressions to predict the rotation capacity of austenitic stainless steel members under constant axial load and cyclic bending. *Structures*, 82, 110419. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2025.110419>
- ClimateScience. (2023). *Acero sostenible: ¿qué tiene que ver el cambio climático con el acero?* <https://climatescience.org/es/advanced-steel-climate>
- Dwivedi, D., Lepková, K., & Becker, T. (2017). Carbon steel corrosion: a review of key surface properties and characterization methods [10.1039/C6RA25094G]. *RSC Advances*, 7(8), 4580-4610. <https://doi.org/10.1039/C6RA25094G>
- European Convention for Constructional Steelwork. (1986). *Recommended Testing Procedure for Assessing the Behaviour of Structural Steel Elements under Cyclic Loads* [Technical Report]. E. C. f. C. Steelwork.
- Fang, C., Zhou, F., & Luo, C. (2018). Cold-formed stainless steel RHSs/SHSs under combined compression and cyclic bending. *Journal of Constructional Steel Research*, 141, 9-22. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.11.001>

- Gardner, L., Yun, X., & Walport, F. (2023). The Continuous Strength Method – Review and outlook. *Engineering Structures*, 275, 114924. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114924>
- González-de-León, I., Arrayago, I., Real, E., & Nistri, E. (2022b). Rotation capacity of cold-formed stainless steel RHS beams under cyclic loading. *Journal of Constructional Steel Research*, 192, 107199. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2022.107199>
- González-de-León, I., Nistri, E., Arrayago, I., Montuori, R., Piluso, V., & Real, E. (2022a). Experimental study on stainless steel tubular members under cyclic loading. *Thin-Walled Structures*, 181, 109969. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109969>
- Guardamino León, D. G. (2013). Estudio de impacto de sólidos deformables mediante la simulación por software de elementos finitos.
- Li, C.-L., Yuan, H., & Hong, H.-P. (2023). Predicting yield strength of cold-formed carbon steel: A review and new approaches. *Journal of Constructional Steel Research*, 206, 107926. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2023.107926>
- McCormac, J. (2013). *Diseño de Estructuras de Acero* (5th ed.). Bookwire GmbH. <https://books.google.com.pe/books?id=wgNLDgAAQBAJ>
- Pan, F., Wang, Y., Hu, Y., & Huang, C. (2022, 21-23 Jan. 2022). Application of finite element analysis software ABAQUS in civil engineering course teaching. 2022 3rd International Conference on Education, Knowledge and Information Management (ICEKIM),
- Rao, S. S. (2017). *The finite element method in engineering*. Butterworth-heinemann.
- Rust, W. (2015). *Non-linear finite element analysis in structural mechanics*. Springer.
- Sánchez, P. G., & Peña, M. A. Análisis comparativo, experimental y numérico de un pilote de acero sometido a carga horizontal.
- Segura, G., Arrayago, I., & Mirambell, E. (2023). New proposal for the bending moment capacity of tubular T-joints in carbon steel and stainless steel structures. *Thin-Walled Structures*, 187, 110667. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.tws.2023.110667>
- Norma E.090 Estructuras Metálicas, (2006).
- Shi, Y., Wang, M., & Wang, Y. (2011). Experimental and constitutive model study of structural steel under cyclic loading. *Journal of Constructional Steel Research*, 67(8), 1185-1197. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2011.02.011>
- SIMULIA. (2016). *ABAQUS Analysis User's Manual*. SIMULIA. <http://130.149.89.49:2080/v2016/books/usb/default.htm>

- Su, M. Z., Shen, L., & Gu, Q. (2006). The cyclic behaviors of box-section steel beam-columns: experiment and numerical comparison. *Advanced Steel Construction*, 2(2), 11.
<https://doi.org/10.18057/IJASC.2006.2.2.4>
- Theofanous, M., & Gardner, L. (2009). Testing and numerical modelling of lean duplex stainless steel hollow section columns. *Engineering Structures*, 31(12), 3047-3058.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.08.004>
- Trahair, N. S., Bradford, M. A., Nethercot, D., & Gardner, L. (2008). *The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3* (4th ed.). Taylor & Francis Group.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1201/9781315273518>
- Walport, F., Gardner, L., Real, E., Arrayago, I., & Nethercot, D. A. (2019). Effects of material nonlinearity on the global analysis and stability of stainless steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 152, 173-182.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.04.019>
- World Steel Association. (2025). *Climate change and the production of iron and steel*.
<https://worldsteel.org/climate-action/climate-change-and-the-production-of-iron-and-steel/#market-demand>
- Zhao, O., Afshan, S., & Gardner, L. (2017). Structural response and continuous strength method design of slender stainless steel cross-sections. *Engineering Structures*, 140, 14-25.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.02.044>
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Fox, D. (2014). *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics* (7th ed.). Butterworth-Heinemann.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-1-85617-634-7.00001-6>